Como calcular a distância entre retas paralelas

$$r_1: \overbrace{(1,2,3)}^{A} + t\,\underline{(1,1,1)}$$
$$r_2: \underbrace{(0,0,0)}_{B} + r\,\underline{(2,2,2)}$$

} note que os vetores são múltiplos, logo elas são paralelas!

① Pegamos os pontos A e B das retas e fazemos o produto misto, descobrindo o plano no qual elas estão inseridas.

$P_A = (1,2,3)$
$P_B = (0,0,0)$
$P = (x,y,z)$

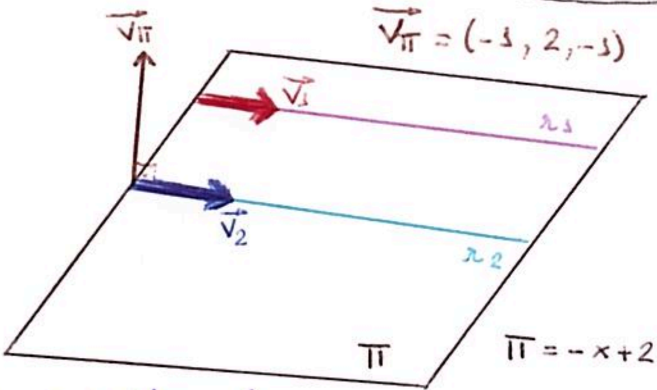
$P - P_B = (x-0,\, y-0,\, z-0) = (x,y,z)$
$P_A - P_B = (1-0,\, 2-0,\, 3-0) = (1,2,3)$ } B é a referência

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \longrightarrow \begin{array}{ccccc} x & y & z & x & y \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

vetor de r_1

$$x(2-3) + y(3-1) + z(1-2) = 0 \rightarrow \boxed{-x+2y-z=0}$$

$\vec{V_\pi} = (-1, 2, -1)$



$\pi = -x+2y-z=0$

Note que o vetor formado pelos coeficientes da equação do plano ($\vec{V_\pi}$) é perpendicular ao plano.

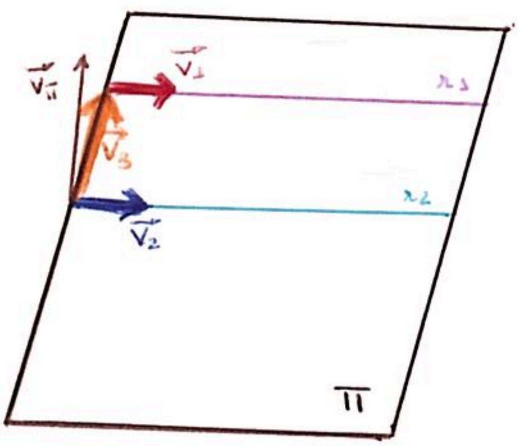
② Fazemos agora o produto vetorial entre $\vec{V_\pi}$ e $\vec{V_1}$, obtendo assim $\vec{V_3}$, perpendicular a $\vec{V_1}$ e $\vec{V_2}$.

$\vec{V_1} = (1,1,1)$
$\vec{V_\pi} = (-1,2,-1)$ }

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 & -1 \end{array}$$

$$(-1-2,\ -1+1,\ 2+1) = (-3, 0, 3)$$

$$\boxed{\vec{V_3} = (-3, 0, 3)}$$

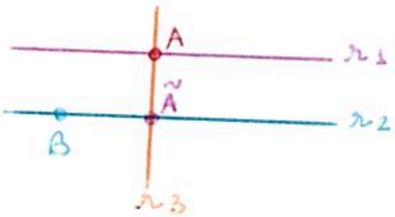


$r_1: (1,2,3) + t(1,1,1)$

$r_2: (0,0,0) + r(2,2,2)$

$r_3: (1,2,3) + s(-3,0,3)$

Repare que o ponto da r_3 será igual ao da r_1, pois será paralelo a este.



③ Igualamos as retas r_2 e r_3 para descobrir o ponto de encontro em r_2. Por fim, calculamos a distância do ponto A a $\tilde{A}$.

$$(0,0,0) + r(2,2,2) = (2r+0, 2r+0, 2r+0) = (2r, 2r, 2r)$$

$$(1,2,3) + s(-3,0,3) = (-3s+1, 0 \cdot s + 2, 3s+3) = (-3s+1, 2, 3s+3)$$

$2r = 2 \rightarrow \boxed{r = 1}$

$2r = -3s + 1 \rightsquigarrow 2 \cdot 1 = -3s + 1 \rightsquigarrow 3s = 1 - 2 \rightarrow \boxed{s = -1/3}$

$2r = 3s + 3 \rightarrow 2 \cdot 1 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 3 \rightarrow 2 = -1 + 3 \rightarrow 2 = 2$ ⓥ

$PE = \tilde{A} = (0,0,0) + 1 \cdot (2,2,2) = (1 \cdot 2 + 0, 1 \cdot 2 + 0, 1 \cdot 2 + 0) = (2, 2, 2)$

$PE = \tilde{A} = (1,2,3) - \frac{1}{3} \cdot (-3,0,3) = \left(-\frac{1}{3} \cdot (-3) + 1, -\frac{1}{3} \cdot 0 + 2, -\frac{1}{3} \cdot 3 + 3\right) = (3+1, 2, -1+3) = (2,2,2)$

$\boxed{PE = (2,2,2)}$

$A = (1,2,3)$

$d = |A\tilde{A}| = \sqrt{(2-1)^2 + (2-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} \rightarrow \boxed{d = \sqrt{2}}$