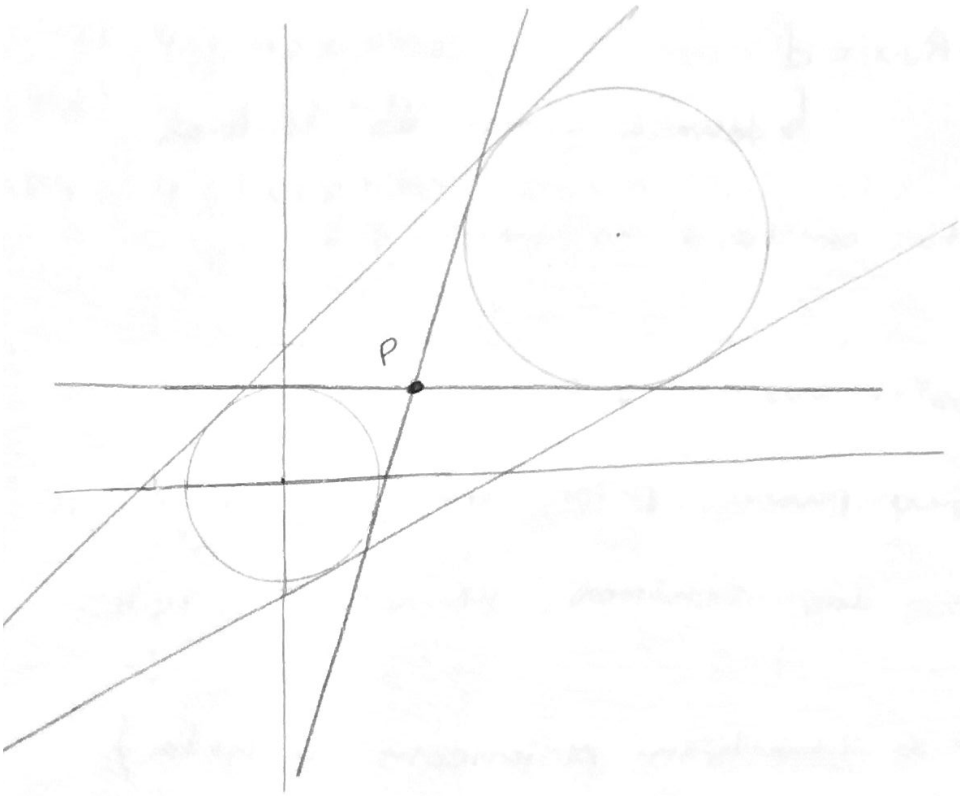
Exercício sobre tangencia

Para encontrar as retas tangentes a círculos com raios diferentes basta achar o ponto em que elas se cruzam e usar a equação da distância entre ponto e reta.

1º PASSO: Escrever os círculos na forma canônica e encontrar seus centros e raios.

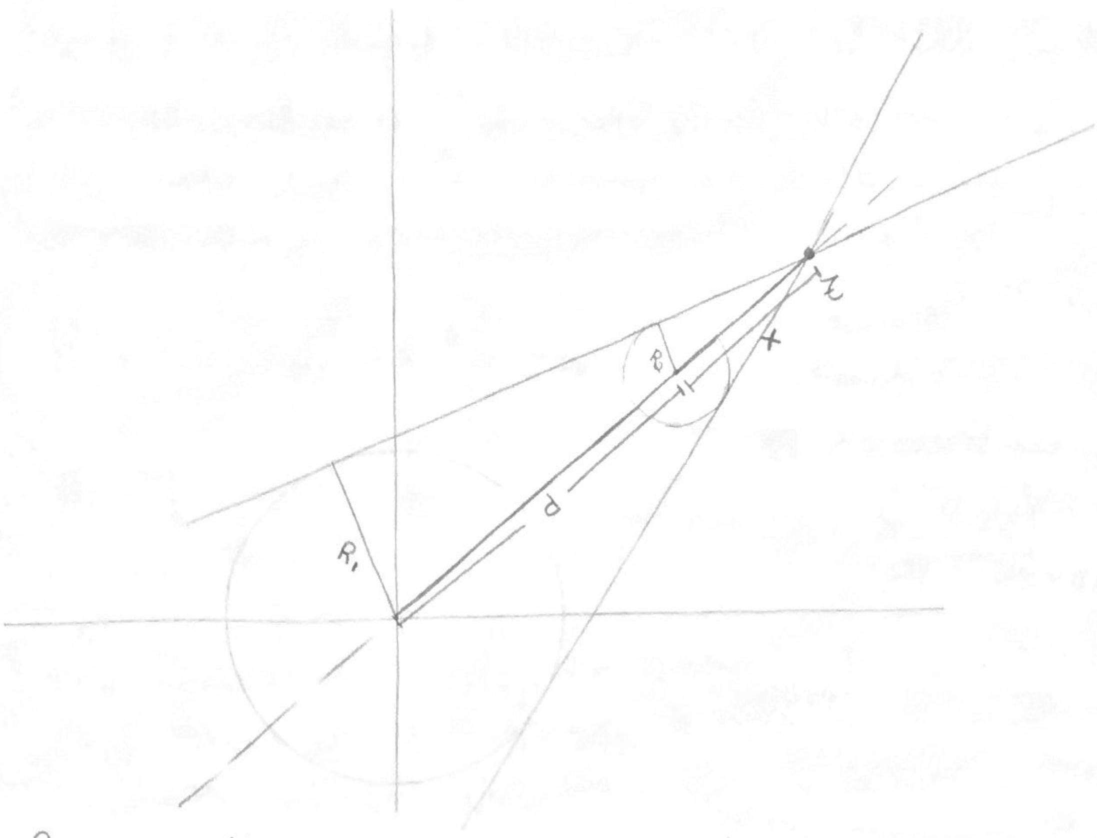
$$\begin{cases} \lambda_1 : (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = R_1 \\ \lambda_2 : (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = R_2 \end{cases}$$

2º PASSO: Determinar os pontos em que as retas se cruzam. Para isso, utilizarei a média ponderada para as retas que se cruzam entre os raios e semelhança de triângulos para as outras duas



$$X_P = \frac{x_1 R_2 + x_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

$$Y_P = \frac{y_1 R_2 + y_2 R_1}{R_1 + R_2}$$



Por semelhança, temos que:

$$\frac{R_2}{R_1} \times \frac{x}{d+x} \therefore R_1 x - R_2 x = d$$

↳ distancia entre os centros.

- Como x é a distância do centro 2 ao ponto z:

$$x^2 = (x_2 - x_z)^2 + (y_2 - y_z)^2$$

① $x^2 = x_2^2 - 2x_2 x_z + x_z^2 + y_2^2 - 2y_2 y_z + y_z^2$

- Só que $z \in$ à reta que passa pelos centros: $y = ax + b$

$a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$; Substitui um dos centros p/ achar a reta.

- Acha a relação entre y_z e x_z (também pertencem à reta) e substitui na eq. 1. Resolvendo ela vamos encontrar 2 valores para x_z e y_z, sendo que um deles é um dos centros.

• Agora, em posse dos pontos de interseção:

$P = (x_P ; y_P)$ $\quad Z = (x_Z ; y_Z)$

Usamos a equação da distância entre ponto e reta:

• $d = \frac{|-y + ax + b|}{\sqrt{a^2+1}} = R$ $\quad$ • $y = ax + b$

$R_1 = \frac{|-y_1 + ax_1 + b|}{\sqrt{a^2+1}}$ $\quad$ • $y_P = ax_P + b$ $\quad$ • $y_Z = ax_Z + b$

$\boxed{b_1 = y_P - ax_P}$ $\quad$ $\boxed{b_2 = y_Z - ax_Z}$

Resolvendo essas duas equações, uma utilizando o b_P e a outra o b_Z, encontraremos 4 valores de a e seus respectivos b's. Agora é só montar as 4 retas.

r_1: $y = a_1 x + b_1$

r_2: $y = a_2 x + b_2$

r_3: $y = a_3 x + b_3$

r_4: $y = a_4 x + b_4$