

NESTA AULA USAREMOS O DESENVOLVIMENTO EM SÉRIE DE TAYLOR PARA CALCULAR LIMITES

TRABALHAREMOS COM 3 FUNÇÕES e^x , $\sin x$, $\cos x$

O DESENVOLVIMENTO EM SÉRIE DE TAYLOR PERMITE DE REPRESENTAR CERTAS FUNÇÕES COM UMA SÉRIE INFINITA DE POTÊNCIAS

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

COMO EXEMPLO IMAGINAMOS DE QUERER CALCULAR USANDO A SÉRIE DE POTÊNCIA e^2

$$e^2 = 7.389$$

$$x=2$$

$$\begin{array}{l} 6.3 \quad \frac{19}{3} \quad \left(5 + \frac{4}{3}\right) + \frac{x^2}{2!} \\ 7 \quad 7 \quad \left(\frac{19}{3} + \frac{2}{3}\right) + \frac{x^3}{3!} \\ 7.27 \quad \frac{109}{15} \quad \left(7 + \frac{4}{15}\right) + \frac{x^4}{4!} \\ 7.36 \quad \frac{331}{45} \quad \frac{109}{15} + \frac{4}{45} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} \end{array}$$

CALCULANDO MAIS TERMOS NOS APROXIMAMOS SEMPRE MAIS A 7.389

QUANDO $x \ll 1$

$$e^x \sim 1+x$$

$$e^{0.1} = 1.105$$

$$1.100$$

$$e^{0.02} = 1.020$$

$$1.020$$

SE USA FACIL QUE QUANDO $x \rightarrow 0$ e^x SE COMPORTA COMO $1+x$

$$x \rightarrow 0$$

$$\begin{array}{l} e^x \sim 1+x \\ \sin x \sim x \\ \cos x \sim 1 - \frac{x^2}{2} \end{array}$$



$$\begin{array}{l} e^x - 1 \sim x \\ \sin x \sim x \\ 1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2} \end{array}$$

AGORA PODEMOS CALCULAR LIMITES APARENTEMENTE COMPLICADOS COMO POR EXEMPLO

$$\frac{(e^x - 1)^2 \sin \frac{x}{2}}{(1 - \cos x)^3}$$

QUANDO $x \rightarrow 0$

$$(1 - \cos x)^3$$

VALORES USAR COMO CÁLCULO

$$e^x - 1 \sim x$$

$$\sin y \sim y$$

$$1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$$

ENTÃO

ENTÃO

ENTÃO

$$(e^x - 1)^2 \sim x^2$$

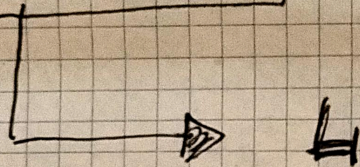
$$\sin \frac{x}{2} \sim \frac{x}{2}$$

$$(1 - \cos x)^3 = \left(\frac{x^2}{2}\right)^3 = \frac{x^6}{8}$$

$$\frac{(e^x - 1)^2 \sin \frac{x}{2}}{(1 - \cos x)^3}$$

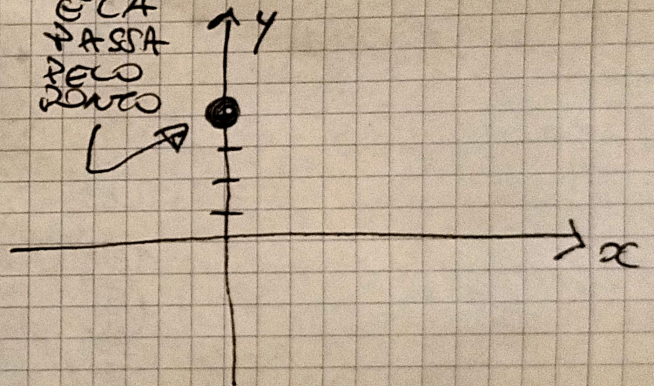
\sim

$$\frac{x^2 \frac{x}{2}}{\frac{x^6}{8}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} \times 8$$



SE GRAFICADOS

ELA
PASSA
PELO
PUNTO



MAIS UM EXEMPLO

$$\frac{(e^{x^2} - 1)^3 \sqrt{\sin \frac{x^5}{4}}}{\left(1 - \cos \frac{x^2}{2}\right)^2 x}$$

$$e^{x^2} - 1 \sim x^2$$

$$\sin \frac{x^5}{4} \sim \frac{x^5}{4}$$

$$1 - \cos \frac{x^2}{2} \sim \left(\frac{x^2/2}{2}\right)^2 = \frac{x^4}{8}$$

$$x^6 \sqrt{\frac{x^5}{4}}$$

$$\left(\frac{x^4}{8}\right)^2 x$$

$$= \frac{x^6 \frac{x^3}{2}}{\frac{x^8}{64} x} = \frac{64}{2} = 32$$