



Ementa

Matemática discreta

(formulas de recorrências, combinatória, funções geradoras)

Calculo

(gráficos de funções, derivadas, integrais)

Álgebra

(sistemas lineares)

para informações sobre

Grupo Whatsapp / Google Meet / Material Didático / Datas das Provas / Monitoria

consultem a página web

www.ime.unicamp.br/~deleo



Veremos agora um exercício cuja resolução requer técnicas de Matemática Discreta / Cálculo / Álgebra

Queremos encontrar a distribuição de uma variável,
por exemplo mortalidade por CoViD19, em função do tempo
tendo as seguinte informações

semana 1: 2000 mortes * semana 3: 10000 mortes * semana 6: 7000 mortes

como primo passo introduzimos as variáveis $(x, y) := (\text{semanas}, \text{mortalidade})$

como segundo passo normalizamos $y := \text{mortalidade}/1000$

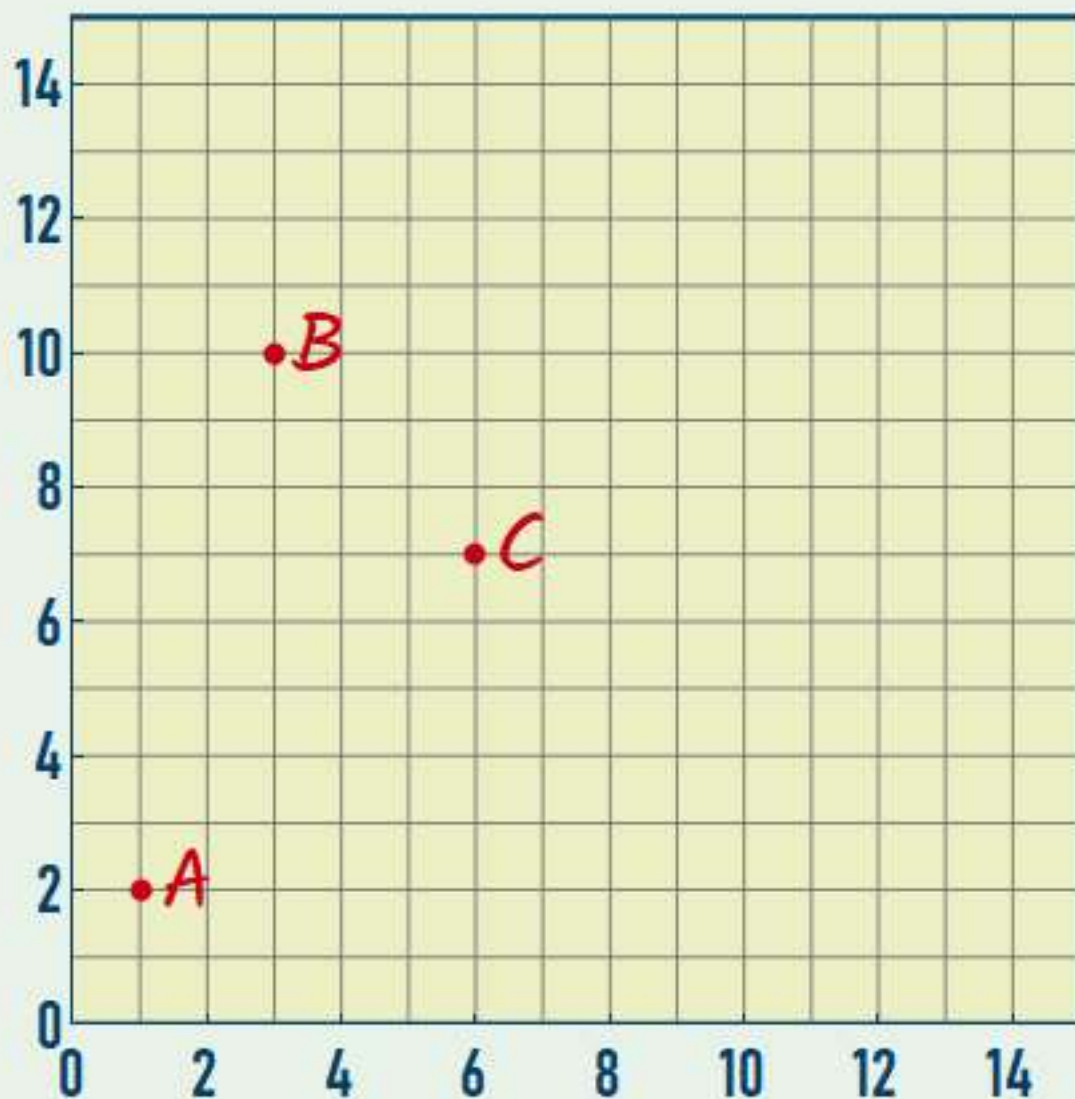
teremos então 3 pontos no plano (x, y)

$A = (1, 2) * B = (3, 10) * C = (6, 7)$

analisaremos distribuições lineares, quadráticas e cúbicas



Queremos obter duas distribuições lineares que passem para A/B e B/C que nos permitam de calcular em que semana teremos a mesma mortalidade inicial



reta que passa para A e B

$$a \cdot 1 + b = 2$$

$$a \cdot 3 + b = 10$$

$$y[AB] = 4x - 2$$

reta que passa para B e C

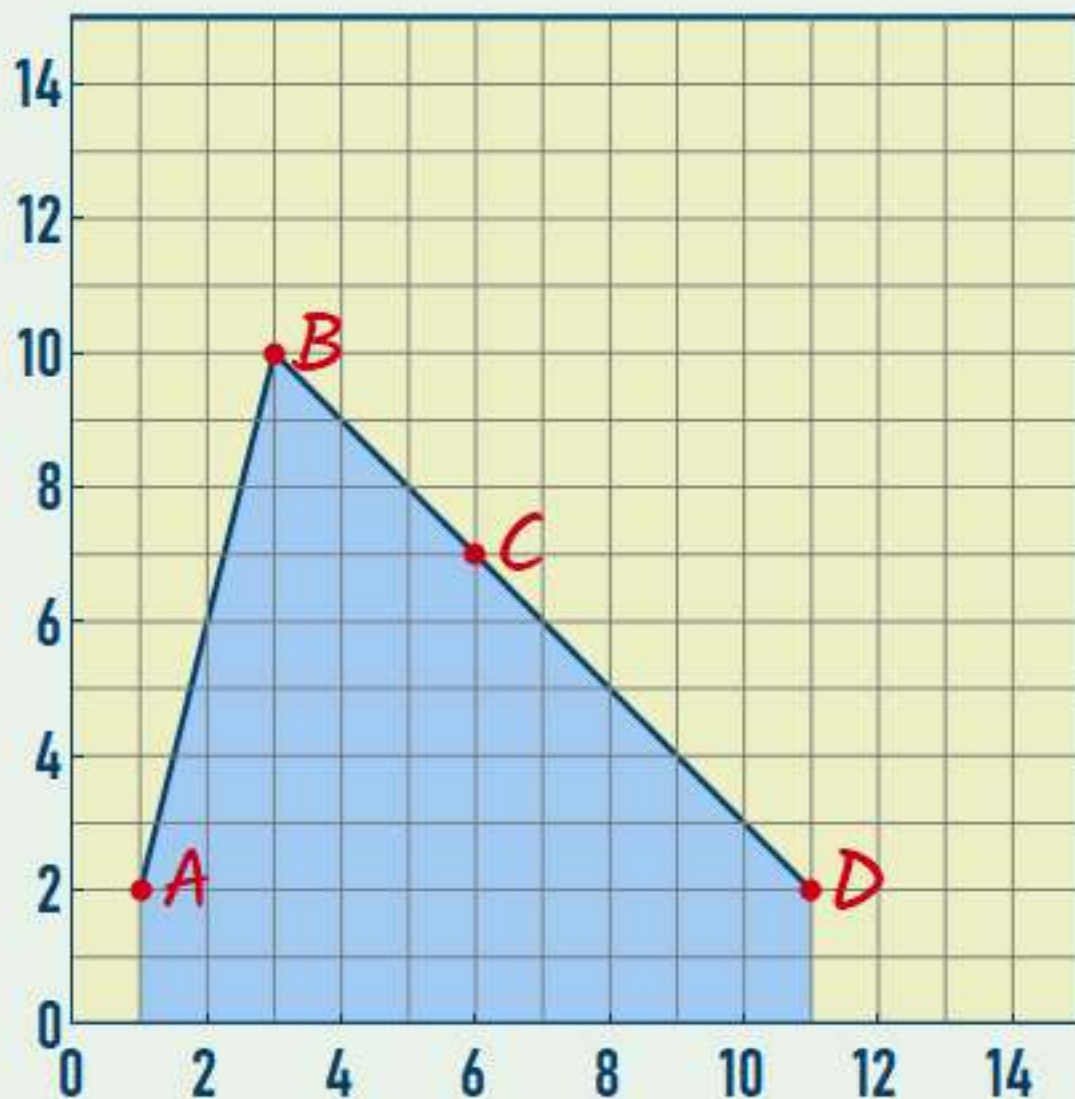
$$a \cdot 3 + b = 10$$

$$a \cdot 6 + b = 7$$

$$y[BC] = -x + 13$$



Distribuições lineares que passam por A/B e B/C



$$y[AB] = 4x - 2$$

$$y[BC] = -x + 13$$

$$D = (11, 2)$$

Calculamos agora a área entre A e D

(mortalidade cumulativa)

$$I[4x - 2, \{x, 1, 3\}] + I[-x + 13, \{x, 3, 11\}]$$

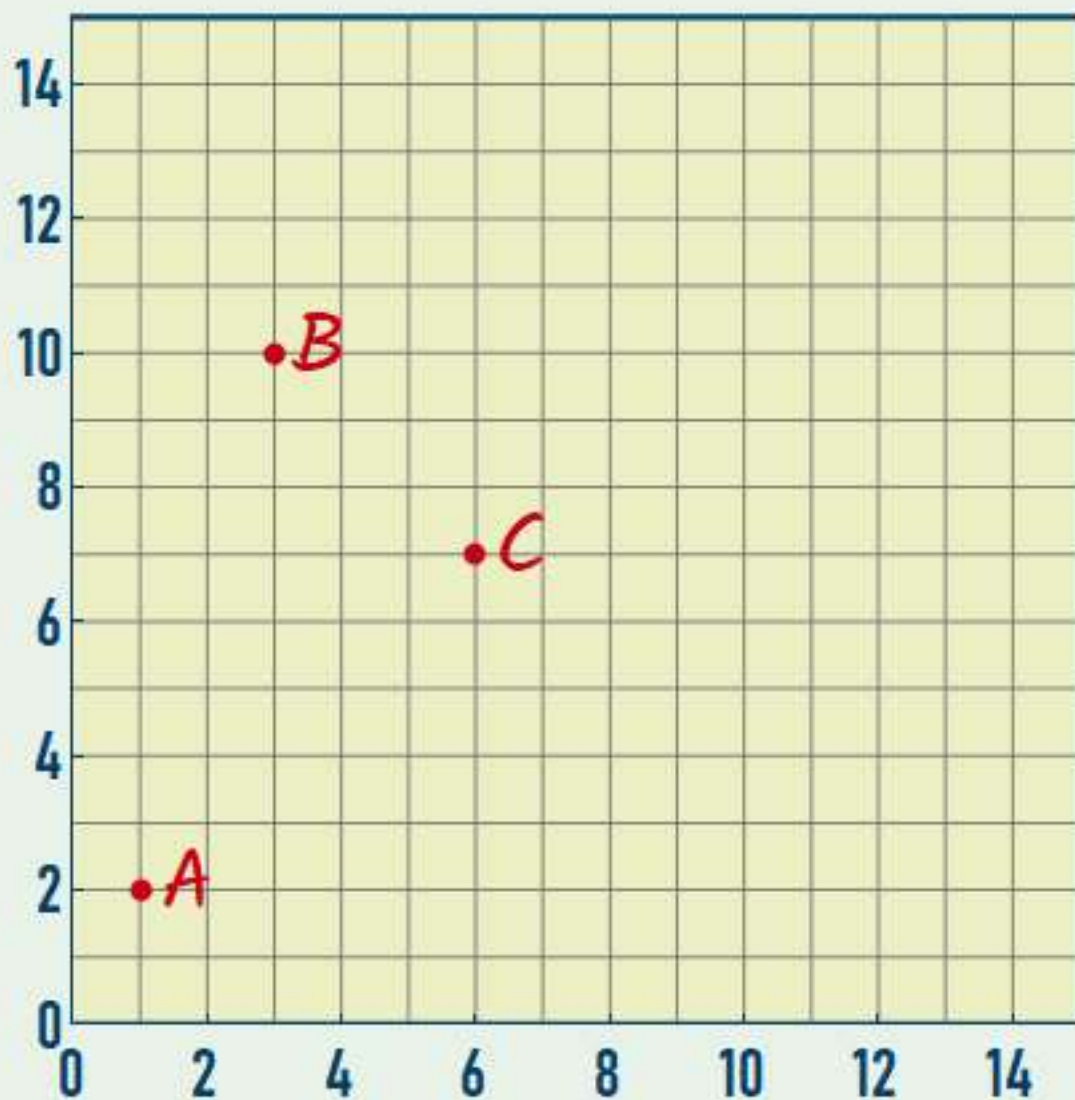
$$12 + 48$$

$$\text{Área} = 60$$

(mortalidade cumulativa = 60000)



Queremos uma distribuição quadrática que passe para A, B e C
que nos permita calcular em que semana teremos



a mesma mortalidade inicial

quadrática que passa para A, B e C

$$y[ABC] = ax^2 + bx + c$$

$$a1^2 + b1 + c = 2$$

$$a3^2 + b3 + c = 10$$

$$a6^2 + b6 + c = 7$$

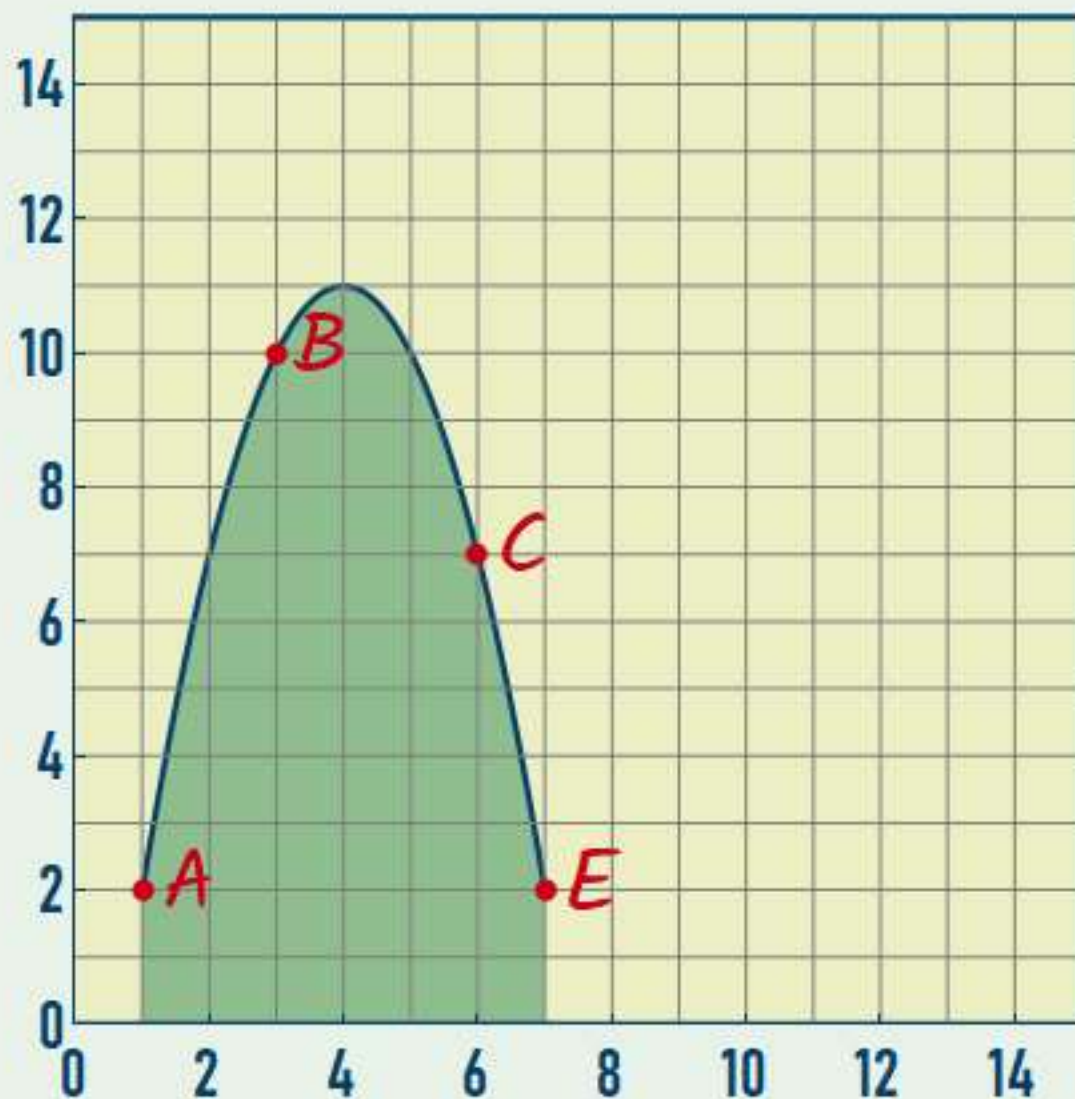
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{15} \\ -\frac{9}{10} & \frac{7}{6} & -\frac{4}{15} \\ \frac{9}{5} & -1 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$y[ABC] = -x^2 + 8x - 5$$



Distribuição quadrática que passa para A, B e C



$$y[ABC] = -x^2 + 8x - 5$$

$$E = (7, 2)$$

Calculamos agora a área entre A e E
(mortalidade cumulativa)

$$I[-x^2 + 8x - 5, \{ x, 1, 7 \}]$$

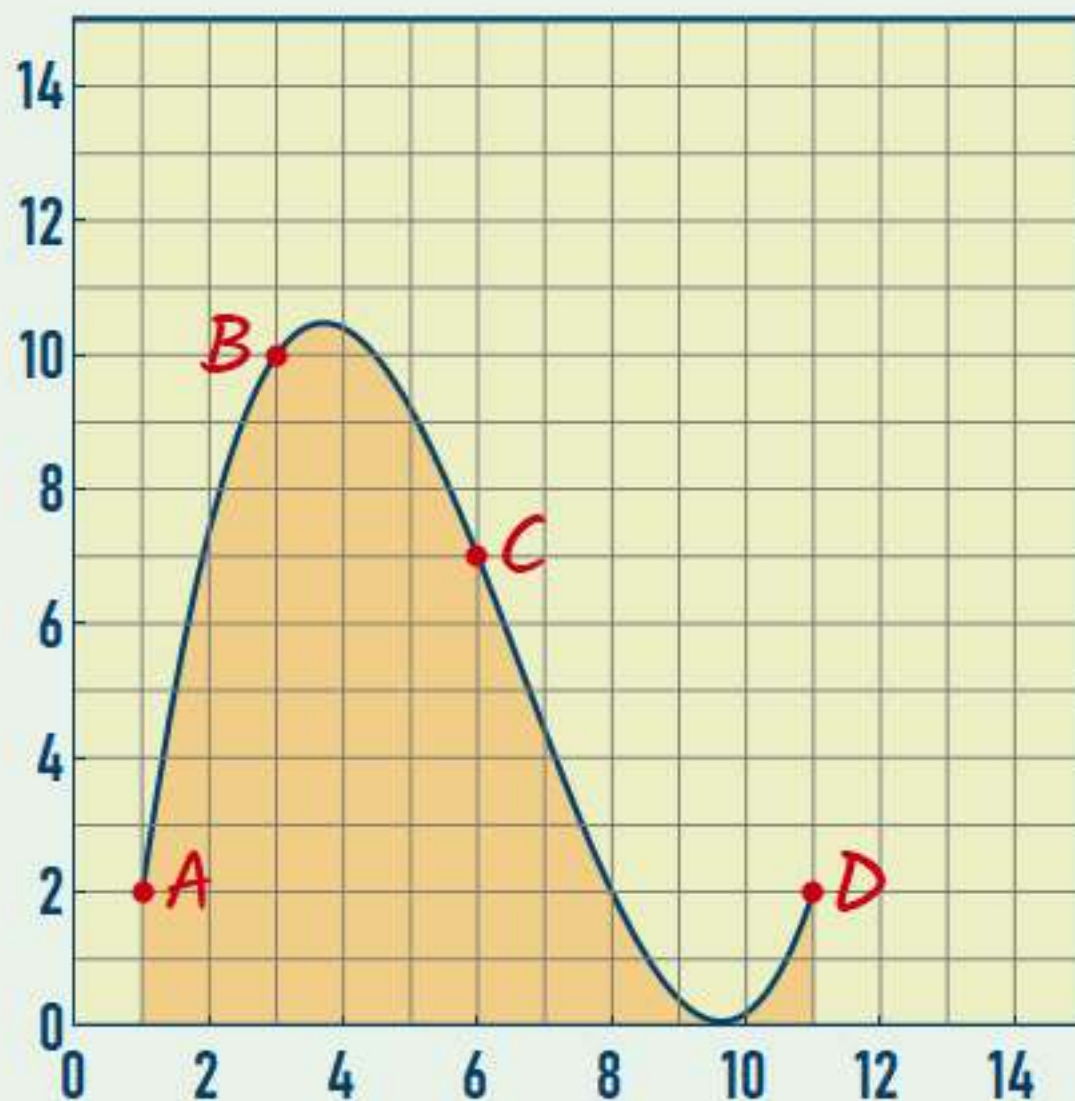
$$48$$

$$\text{Área} = 48$$

(mortalidade cumulativa = 48000)



Distribuição cúbica que passa por A, B, C e D



$$y[ABCD] = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \\ 216 & 36 & 6 & 1 \\ 1331 & 121 & 11 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{100} & \frac{1}{48} & -\frac{1}{75} & \frac{1}{400} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{8} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{40} \\ -\frac{117}{100} & \frac{83}{48} & -\frac{47}{75} & \frac{27}{400} \\ \frac{99}{50} & -\frac{11}{8} & \frac{11}{25} & -\frac{9}{200} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$y[ABCD] = \frac{1}{10}x^3 - 2x^2 + \frac{107}{10}x - \frac{34}{5}$$

$$\text{Área} = 160/3$$

