

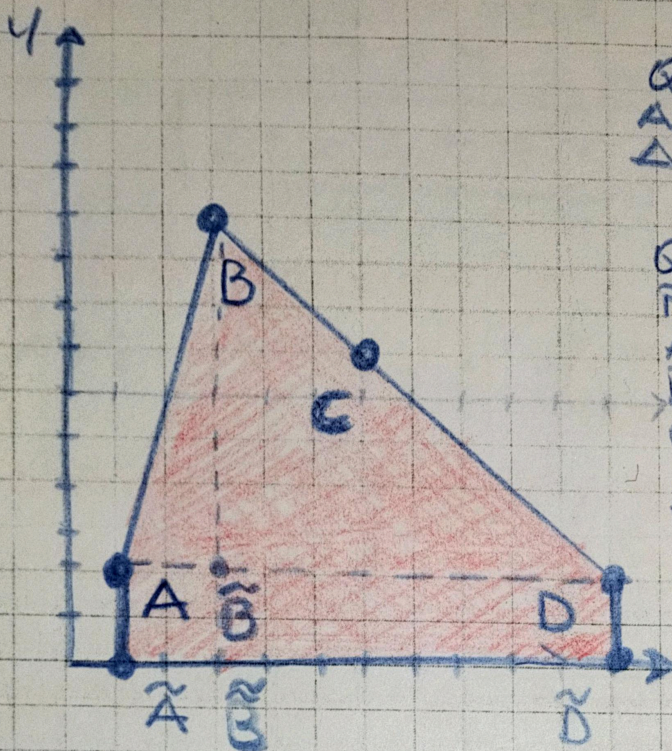
MATEMÁTICA DISCRETA
CÁLCULO
ÁLGEBRA

FÓRMULAS DE RECORRÊNCIA
FUNÇÕES GERADORAS
ESTUDO DE FUNÇÕES
LÍMITES, DERIVADAS, INTEGRAIS
SISTEMAS LINEARES
MATRIZES

$$A = (1, 2)$$

$$B = (3, 10)$$

$$C = (6, 7)$$



QUEREMOS DETERMINAR
AS RETAS PASSANTES POR
 ΔAB E POR ΔBC

QUEREMOS DETERMINAR
PARA QUAL VALOR DE x
A RETA PASSANTE POR
 ΔBC TEM A MESMA
ORDENADA DO PONTO
A (ISSO É 2). CHAME-
REMOS ESTE PONTO D

QUEREMOS CALCULAR
A ÁREA $\tilde{A}BCD\tilde{B}$

RETA PASSANTE POR $A \in B$

$$y = ax + b$$

"A"
"B"

$$\begin{aligned} 2 &= a \cdot 1 + b \\ 10 &= a \cdot 3 + b \end{aligned}$$

$$8 = 2a \Rightarrow \boxed{a = 4}$$

USANDO A PRIMEIRA EQUAÇÃO $2 = a + b$
OBTENHAMOS $2 = 4 + b \Rightarrow \boxed{b = -2}$

RETA PASSANTE POR
 $A \in B$

$$\boxed{y = 4x - 2}$$



RETA PASSANTE POR B E C

$$y = ax + b$$

$$\begin{array}{l} \text{"B"} \\ \text{"C"} \end{array} \quad \begin{array}{l} 10 = a \cdot 3 + b \\ 7 = a \cdot 6 + b \end{array}$$

$$-3 = 3a \Rightarrow \boxed{a = -1}$$

USANDO A PRIMEIRA EQUAÇÃO OBTENHAMOS $10 = -3 + b \Rightarrow \boxed{b = 13}$

RETA PASSANTE POR B E C

$$\boxed{y = -x + 13}$$

RESOLUÇÃO DOS SISTEMAS UTILIZANDO MATRIZES

$$A, B \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$B, C \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \end{pmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 13 \end{pmatrix} \checkmark$$

A TÉCNICA MATRICIAL É PARTICULARMENTE ÚTIL PARA SISTEMAS DE ORDEM SUPERIOR A DOIS

UMA VEZ OBTIDA A RETA PASSANTE POR B E C, ISSO É $y = -x + 13$, QUEREMOS OBTER O PONTO D. SABENDO QUE A ORDEMADA DELE (ISSO É y) É 2 TEREMOS QUE



RESOLVER $2 = -x + 13$ PARA OBTER A
ABSCISSA DE D

$$D = (11, 2)$$

PODEMOS AGORA CALCULAR A ÁREA $\tilde{A}BCD$
FAREMOS ISSO ANTES GEOMETRICAMENTE

$$\text{ÁREA DO RETÂNGULO } \tilde{A}\tilde{B}D = (11-1) \times 2 = 20$$

$$\text{ÁREA TRIÂNGULO } AB\tilde{B} = (3-1)(10-2)/2 = 8$$

$$\text{ÁREA TRIÂNGULO } \tilde{B}BD = (11-3) \times (10-2)/2 = 32$$

$$\text{ÁREA TOTAL: } 20 + 8 + 32 = \boxed{60}$$

USAREMOS AGORA A INTEGRACÃO

$$\text{REGRAS DE INTEGRACÃO} \quad x^m \Rightarrow \frac{x^{m+1}}{m+1}$$

RETA PASSANTE POR AB É $4x - 2$

$$\text{INTEGRACÃO} \quad \frac{4x^2}{2} - 2x = 2(x^2 - x)$$

DEVEMOS INTEGRAR ENTRE A E B ISSO É
 $x=1$ E $x=3$

$$[2(x^2 - x)]_{x=3} - [2(x^2 - x)]_{x=1}$$

$$12 - 0 = \boxed{12} \quad \text{ÁREA } \tilde{A}AB\tilde{B}$$

RETA PASSANTE POR BC É $-x + 13$

$$\text{INTEGRACÃO} \quad -\frac{x^2}{2} + 13x$$

DEVEMOS INTEGRAR ENTRE 3 E 11

$$[-\frac{x^2}{2} + 13x]_{x=11} - [-\frac{x^2}{2} + 13x]_{x=3}$$



$$-\frac{121}{2} + 143 - \left[-\frac{9}{2} + 39 \right] =$$

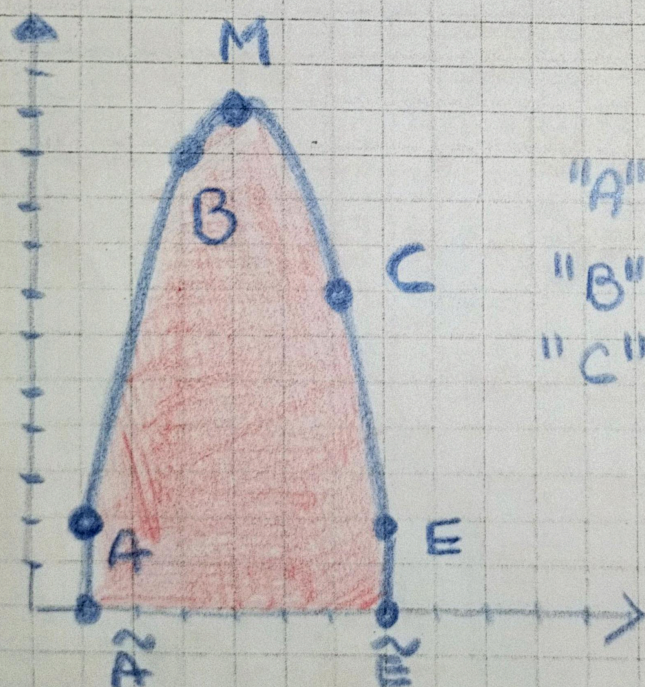
$$-\frac{121}{2} + 143 + \frac{9}{2} - 39 = -\frac{112}{2} + 104$$

$$= -56 + 104 = \boxed{48}$$

ÁREA TOTAL $12 + 48 = \boxed{60}$

CONSIDERANDO AGORA SEMPRE OS MELHORES PONTOS A, B E C QUEREMOS

- 1) OBTER A QUADRÁTICA PASSANTE POR A, B, C
- 2) O MÁXIMO DA QUADRÁTICA
- 3) O PONTO E DA QUADRÁTICA COM A MESMA ORDENADA DO PONTO A, ISSO É 2
- 4) A ÁREA DA QUADRÁTICA ENTRE A E E



$$y = ax^2 + bx + c$$

"A" $2 = a1^2 + b1 + c$

"B" $10 = a3^2 + b3 + c$

"C" $7 = a6^2 + b6 + c$

USAREMOS A TÉCNICA MATRICIAL (MAS É CLARAMENTE POSSÍVEL USAR A TÉCNICA DE ELIMINAÇÃO)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/10 & -1/6 & 1/15 \\ -9/10 & 7/6 & -4/15 \\ 9/15 & -1 & 1/5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{Y = -x^2 + 8x - 5} \quad (1)$$

PARA CALCULAR O MÁXIMO USAREMOS A DERIVADA

$$\text{REGRAS } x^n \rightarrow n x^{n-1}$$

$$\text{DERIVADA DE } Y \text{ É } -2x + 8$$

IGUALANDO ELA A ZERO ENCONTRAREMOS A ABSOLUTA DO MÁX, NESTE CASO $x_M = 4$

$$\begin{aligned} \text{A ORDENADA SERÁ } Y_M &= -4^2 + 8 \cdot 4 - 5 \\ &= -16 + 32 - 5 = 11 \end{aligned}$$

$$\boxed{M = (4, 11)} \quad (2)$$

PARA DETERMINAR E TEREMOS QUE RESOLVER

$$2 = -x^2 + 8x - 5$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x-1)(x-7) = 0$$

$$x_1 = 7$$

$$\begin{aligned} Y_2 &= -7^2 + 8 \cdot 7 - 5 \\ &= -49 + 56 - 5 = 2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\boxed{E = (7, 2)} \quad (3)$$

ENFIM DEVEMOS CALCULAR A ÁREA ENTRE 1 E 7

$$\text{INTEGRANDO A QUADRÁTICA : } -\frac{x^3}{3} + 8\frac{x^2}{2} - 5x$$



$$\left[-\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 5x \right]_{x=7} - \left[-\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 5x \right]_{x=1} =$$

$$-\frac{7^3}{3} + 4 \cdot 7^2 - 5 \cdot 7 - \left(-\frac{1^3}{3} + 4 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 \right) =$$

$$-\frac{343}{3} + 196 - 35 + \frac{1}{3} - 4 + 5 =$$

$$-\frac{342}{3} + 162 = \boxed{48}$$

REPETIR QUANTO FEITO PARA OS SEQUENTES CONJUNTOS DE PONTOS

EX. 1

$$A = (2, 0)$$

$$B = (3, 3)$$

$$C = (6, 0)$$

EX. 2

$$A = (1, 0)$$

$$B = (5, 14)$$

$$C = (12, 0)$$

NESTES EXERCÍCIOS D E E COINCIDEM COM C ENTÃO NÃO PRECISAM CALCULAR ELES

BOA TRABALHO!

EX. 3

DADAS AS CÚBICAS
CALCULAR MAX E MIN
E A ÁREA ENTRE ELES

$$2x^3 - 21x^2 + 60x - 20$$

$$2x^3 - 24x^2 + 90x - 90$$

