Questões	Valores	Notas
1.^{a}	2.5	
2.^{a}	3	
3.^{a}	3	
4.^{a}	1.5	
Total	10.0	

Simulado Prova 2 de MA- 327– Álgebra Linear

2.^{o} semestre de 2023

Nome:____

RA:____

Turma:____

1.^{a} Questão. Sejam $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear, $B = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$ uma base de $\mathbb{R}^3$ e suponha que

$$[T]_B^B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Determine a expressão para $T(x, y, z)$. (2.5 pontos)

2.^{a} Questão. Para cada uma das afirmações a seguir, diga se ela é Falsa ou Verdadeira, justificando sua resposta.

a) Existe uma transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ que é injetora.
b) Existe uma transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ que é sobrejetora.
c) Existe uma transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ que é bijetora.

(3 pontos)

3.^{a} Questão. Considere em $P_2(\mathbb{R})$ o produto interno definido por

$$\langle p(t), q(t)\rangle = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

com $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ e $q(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$.

a) (1.0) Calcule $\|p(t)\|$ para qualquer $p(t) \in P_2(\mathbb{R})$, onde $\|\cdot\|$ é a norma induzida pelo produto interno acima.

b) (1.0) Considere os vetores $p_1(t) = 1 + t$, $p_2(t) = t$ e $p_3(t) = t + t^2$. Mostre que $\{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$ é uma base ortonormal de $P_2(\mathbb{R})$.

c) (1.0) Calcule as coordenadas de um polinômio qualquer $p(t) \in P_2(\mathbb{R})$ em relação a esta base.

4.^{a} Questão. O conjunto $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y - z = 0\}$ é um subespaço de $\mathbb{R}^3$. Encontre uma base ortonormal pra este subespaço. (1.50 ponto)

Boa Prova!