Mais sobre amostragem aleatória simples sem reposição

Prof. Caio Azevedo

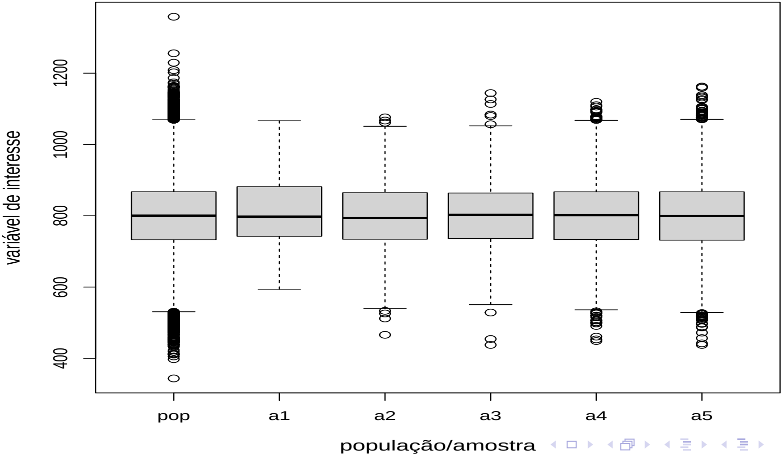
Estudos de simulação: estimação da média

- Distribuição da variável de interesse na amostra em relação à distribuição na população sob AAS_s.
- Tamanho da população $N = 100.000$.
- Cinco cenários, variando em função da variável de interesse na população (X).
  - $X \sim N(800, 10000)$
  - $X \sim \text{gama}(5; 0,00625)$, $E(X) = 800, V(X) = 128000$.
  - $X \sim t_{(7)}(800, 5000)$, $E(X) = 800$, $V(X) = 7000$.
  - $X \sim U[400; 1200]$.
  - $X \sim 0,5N(200, 5000) + 0,5N(600, 5000)$

Estudos de simulação

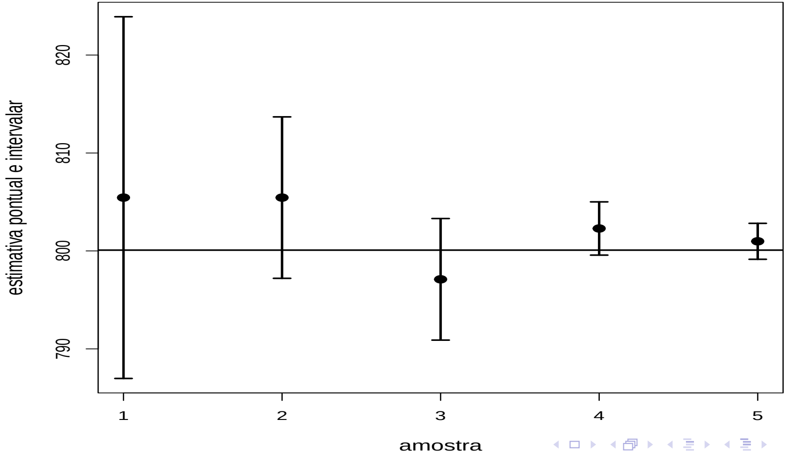
- Quatro tamanhos amostrais $(100, 500, 1.000, 5.000, 10.000)$, em termos percentuais, com relação ao tamanho da população (0,01%,0,05%,0,1%,0,5%,1%).
- Estudar a distribuição da variável resposta na amostra em relação à população bem como o comportamento do estimador para a média.

normal



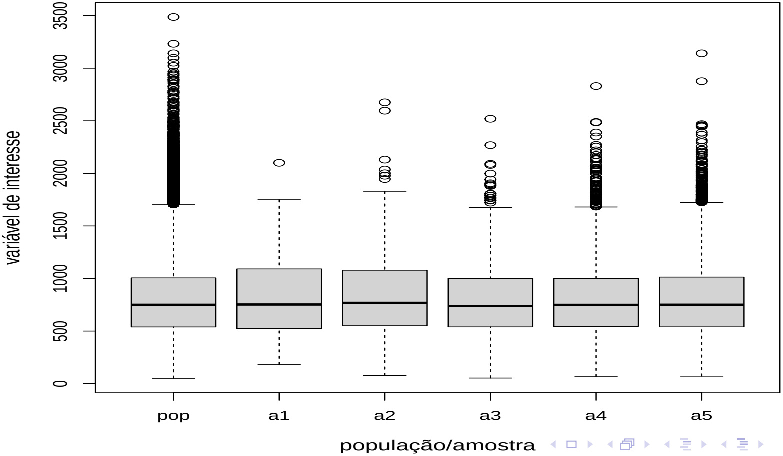
variável de interesse
400
600
800
1000
1200
pop
a1
a2
a3
a4
a5
população/amostra

normal



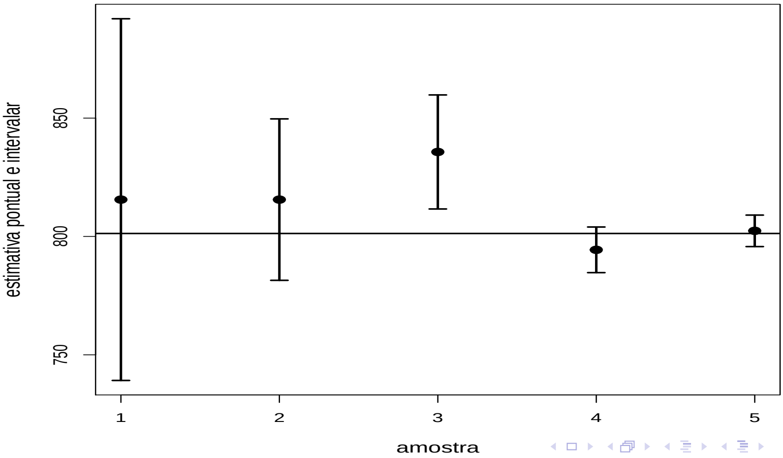
estimativa pontual e intervalar
790
800
810
820
1
2
3
4
5
amostra

gama

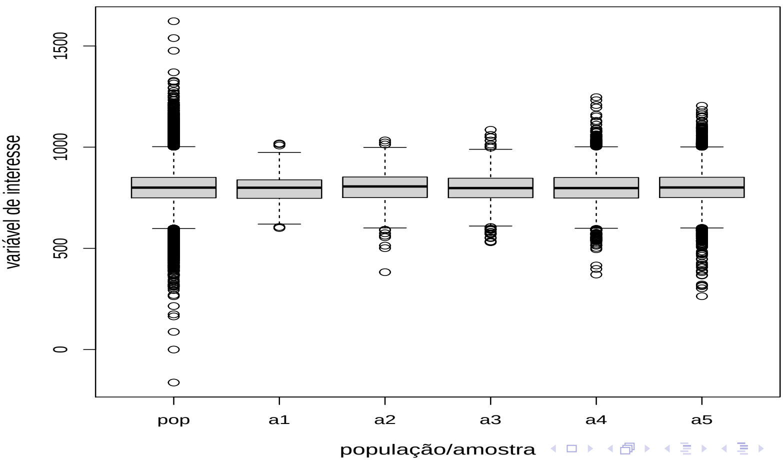


variável de interesse
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
pop
a1
a2
a3
a4
a5
população/amostra

gama

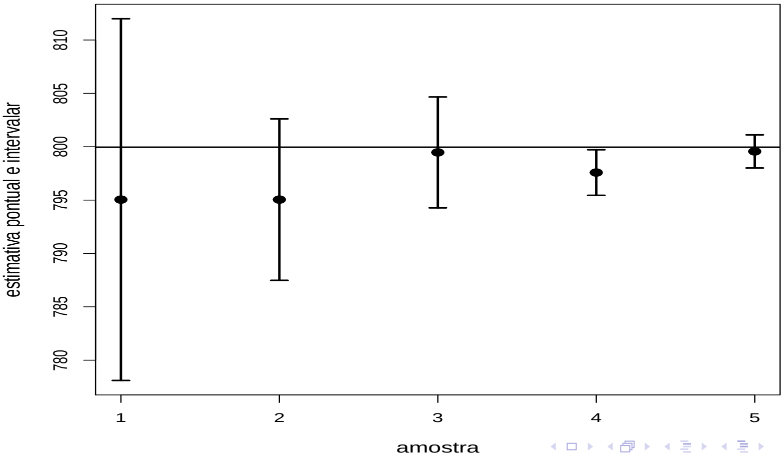


t de Student



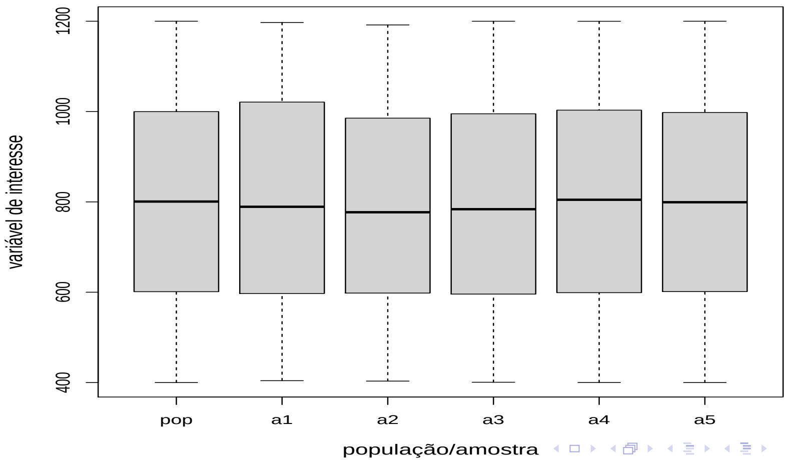
variável de interesse
0
500
1000
1500
pop
a1
a2
a3
a4
a5
população/amostra

t de Student

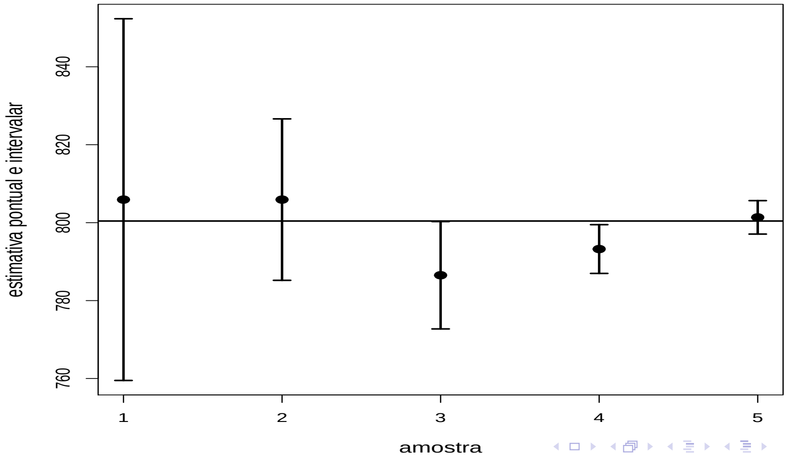


estimativa pontual e intervalar
810
805
800
795
790
785
780
1
2
3
4
5
amostra

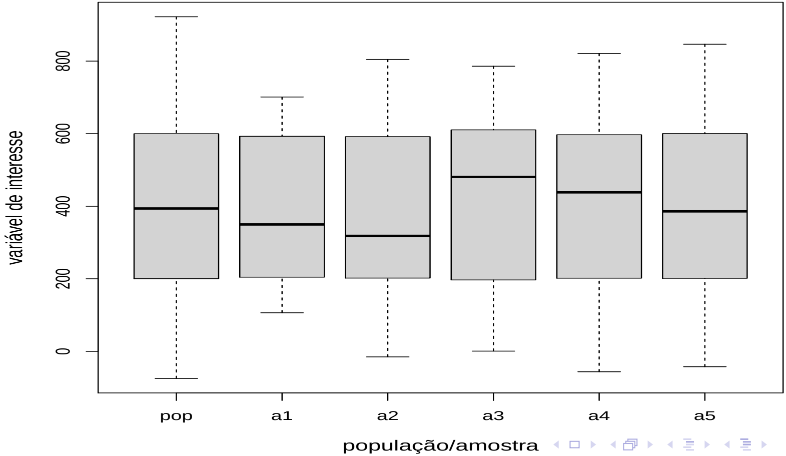
uniforme


1200
1000
800
600
400
variável de interesse
pop
a1
a2
a3
a4
a5
população/amostra

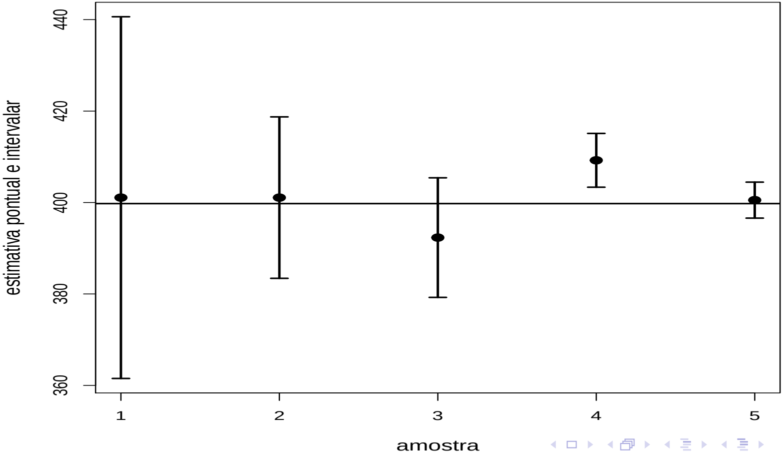
uniforme


estimativa pontual e intervalar
760
780
800
820
840
1
2
3
4
5
amostra

mistura de normais



mistura de normais



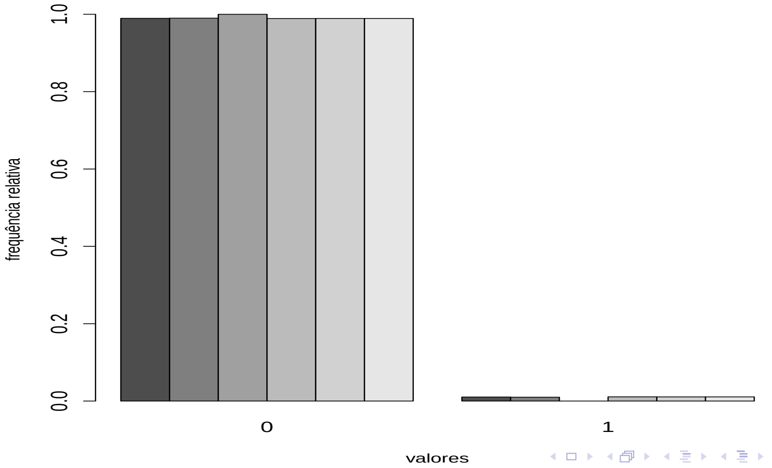
Estudos de simulação: estimação da proporção

- Distribuição da variável de interesse na amostra em relação à distribuição na população sob AAS_s.
- Avaliar a acurácia do estimador.
- Tamanho da população $N = 100.000$.

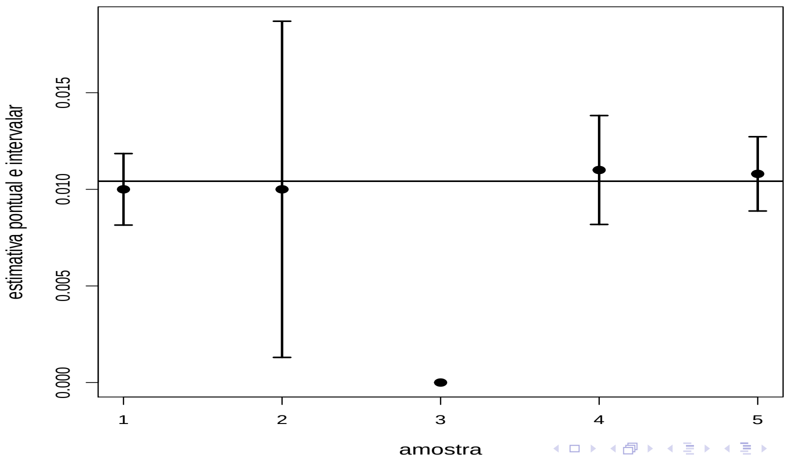
Estudos de simulação: estimação da proporção

- Vários cenários, variando em função do valor verdadeiro da proporção populacional p.
- $p = (0,01; 0,05; 0,10; 0,25; 0,35; 0,50; 0,65; 0,75; 0,9; 0,95; 0,99)^t$.
- A distribuição, (em princípio), da variável de interesse é Bernoulli(p).
- Quatro tamanhos amostrais $(100, 500, 1.000, 5.000, 10.000)$, em termos percentuais, com relação ao tamanho da população (0,01%,0,05%,0,1%,0,5%,1%).
- Para os gráficos de coluna a seguir, dentro de cada valor (o ou 1), da esquerda para a direita, temos as respectivas frequências para: população, amostra 1, 2, 3, 4 e 5.

p=0,01

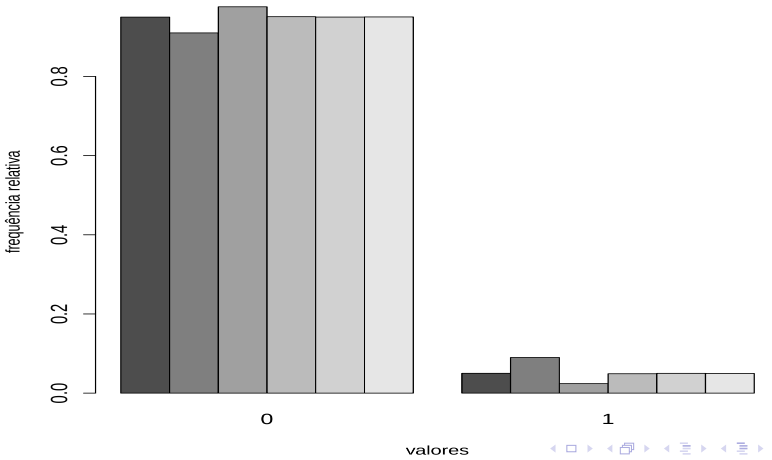


p=0,01

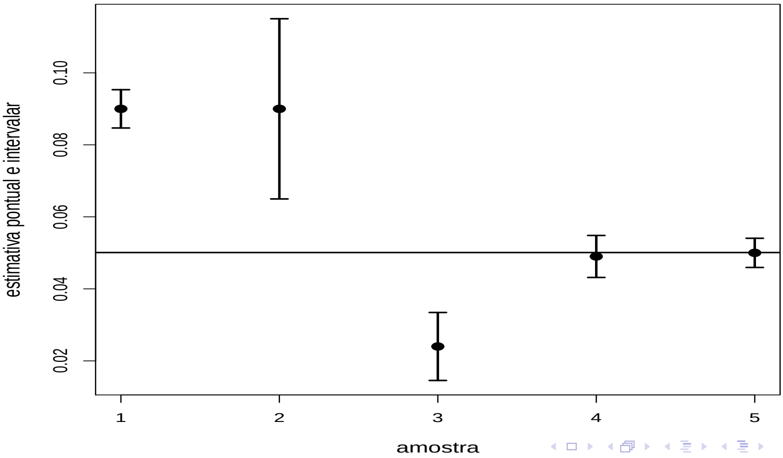


estimativa pontual e intervalar
0.000
0.005
0.010
0.015
1
2
3
4
5
amostra

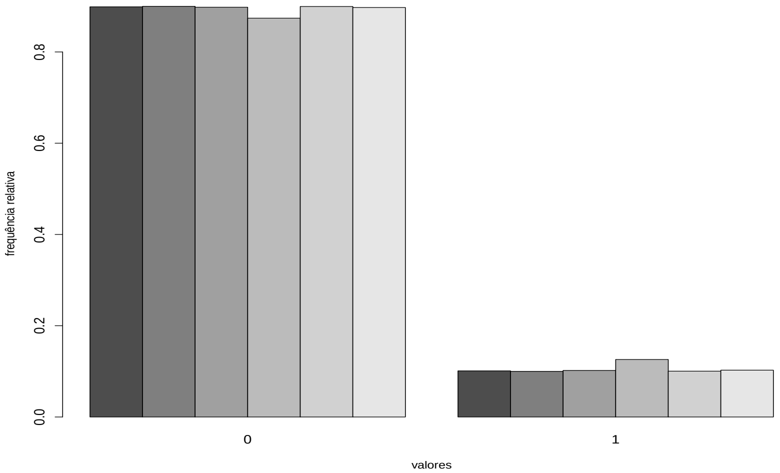
p=0,05



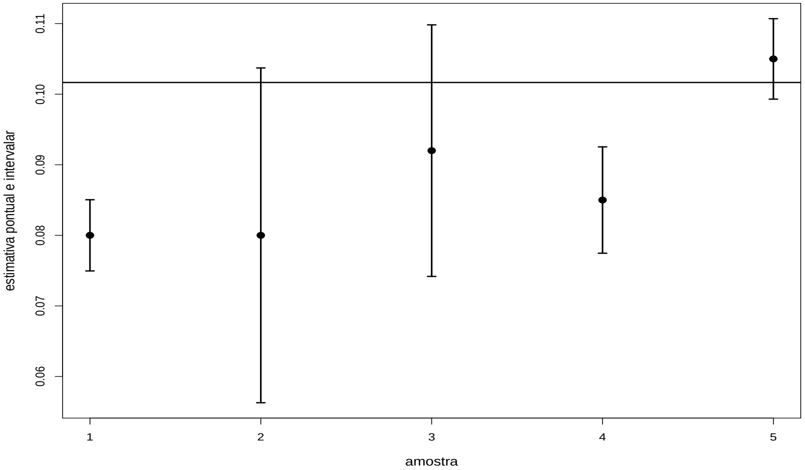
p=0,05


0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
estimativa pontual e intervalar
1
2
3
4
5
amostra

p=0,1

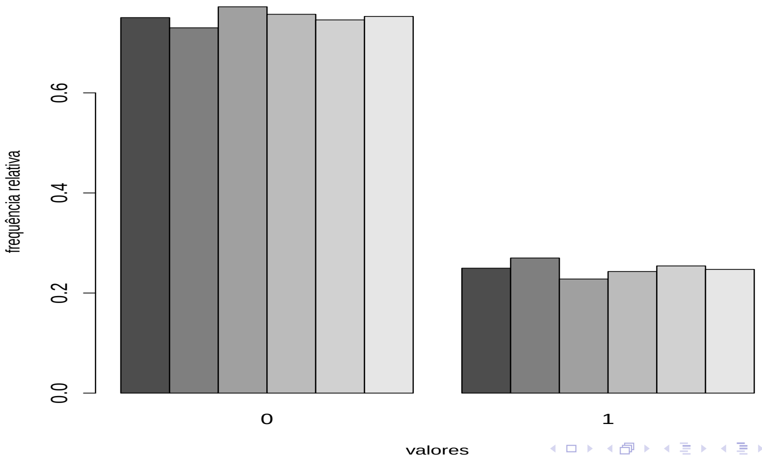


p=0,1

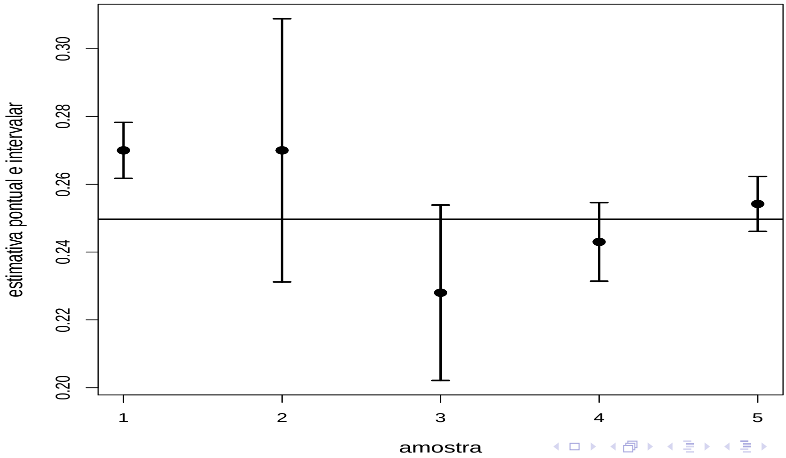


estimativa pontual e intervalar
0.06
0.07
0.08
0.09
0.10
0.11
1
2
3
4
5
amostra

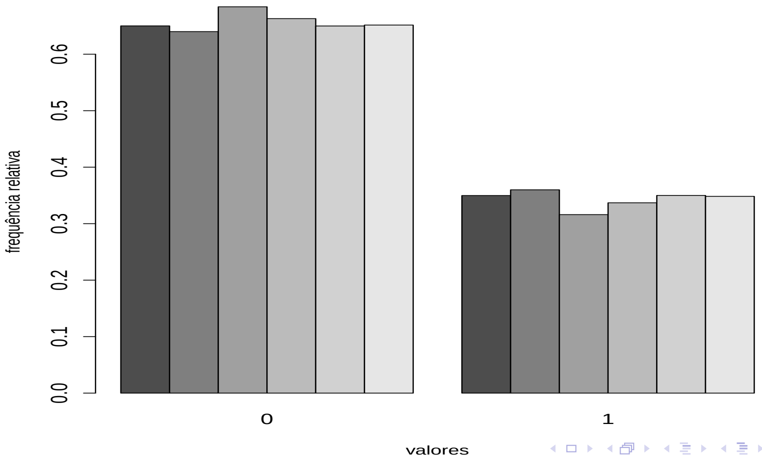
p=0,25



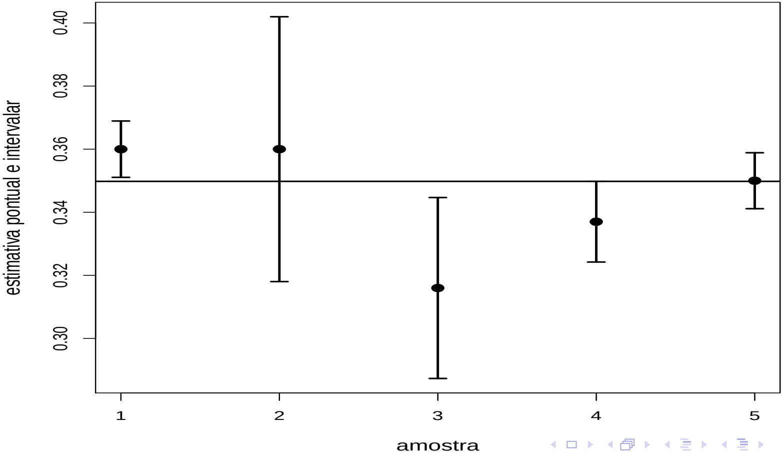
p=0,25


estimativa pontual e intervalar
0.20
0.22
0.24
0.26
0.28
0.30
1
2
3
4
5
amostra

p=0,35

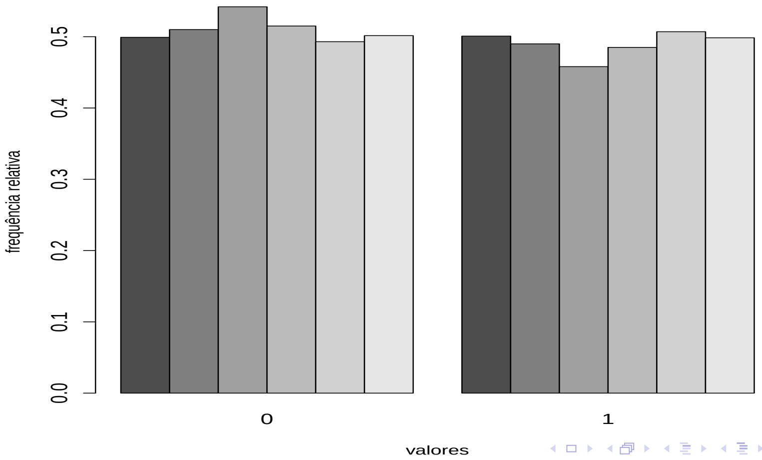


p=0,35

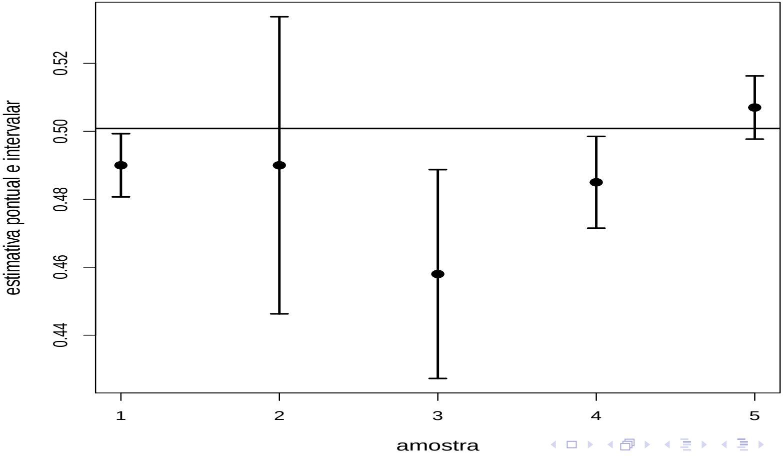


estimativa pontual e intervalar
0.30
0.32
0.34
0.36
0.38
0.40
1
2
3
4
5
amostra

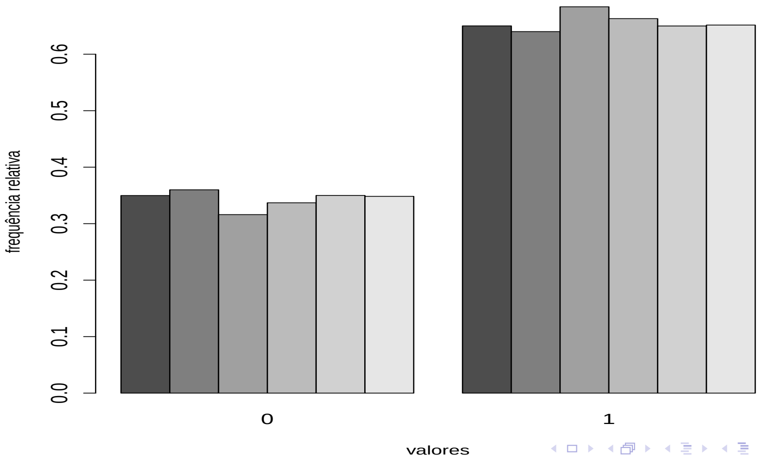
p=0,50



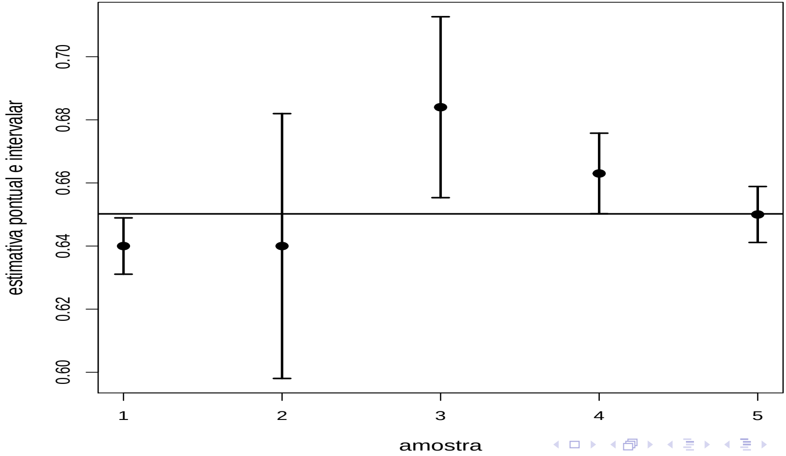
p=0,50


estimativa pontual e intervalar
0.44
0.46
0.48
0.50
0.52
1
2
3
4
5
amostra

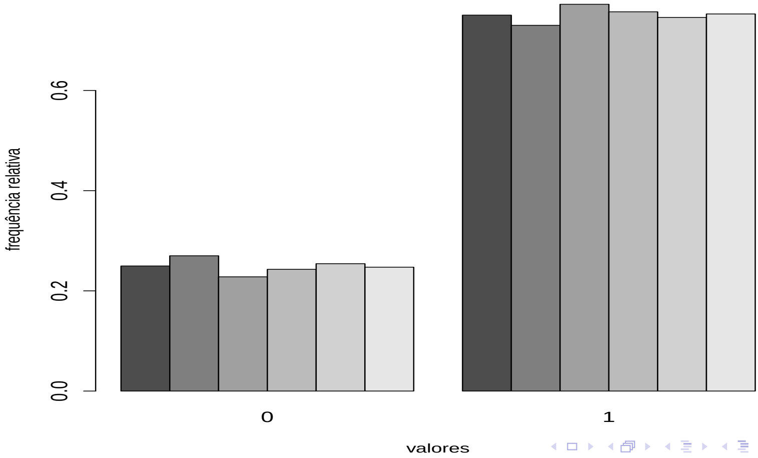
p=0,65



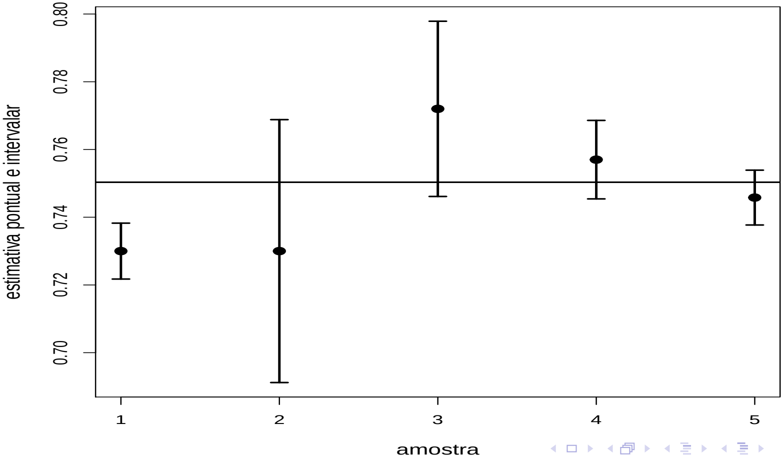
p=0,65


estimativa pontual e intervalar
0.60
0.62
0.64
0.66
0.68
0.70
1
2
3
4
5
amostra

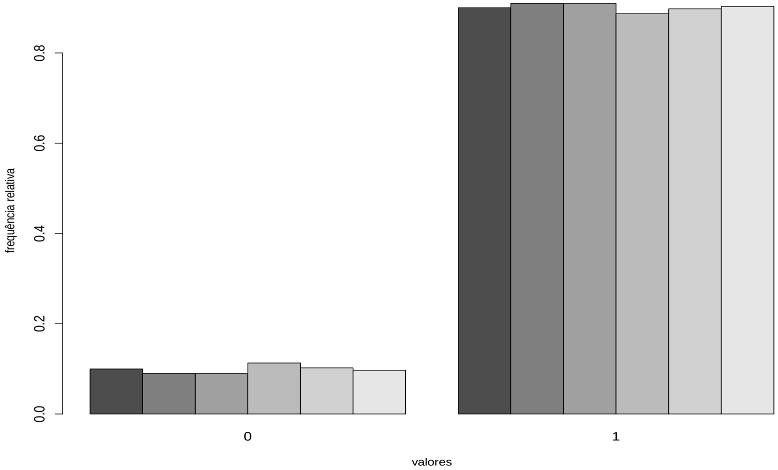
p=0,75



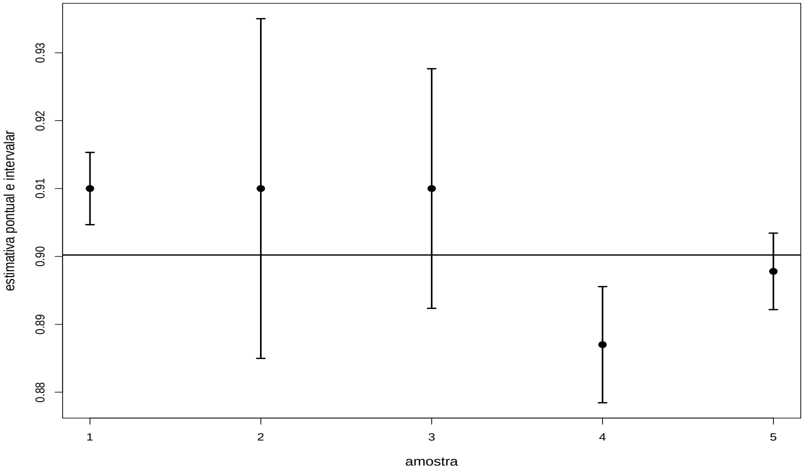
p=0,75


0.70
0.72
0.74
0.76
0.78
0.80
estimativa pontual e intervalar
1
2
3
4
5
amostra

p=0,90

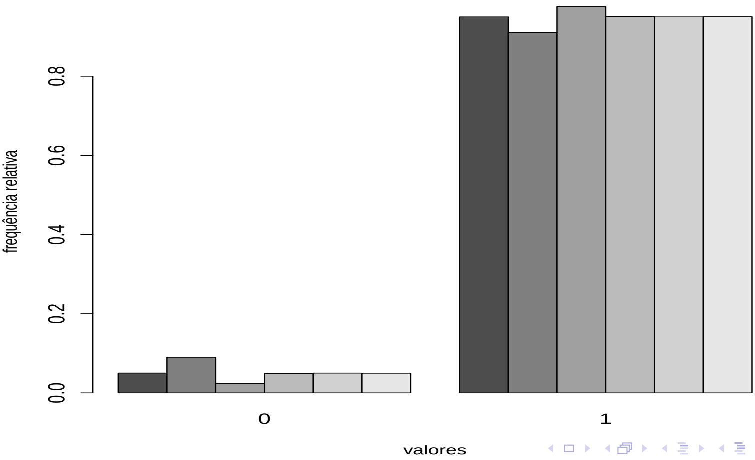


p=0,90

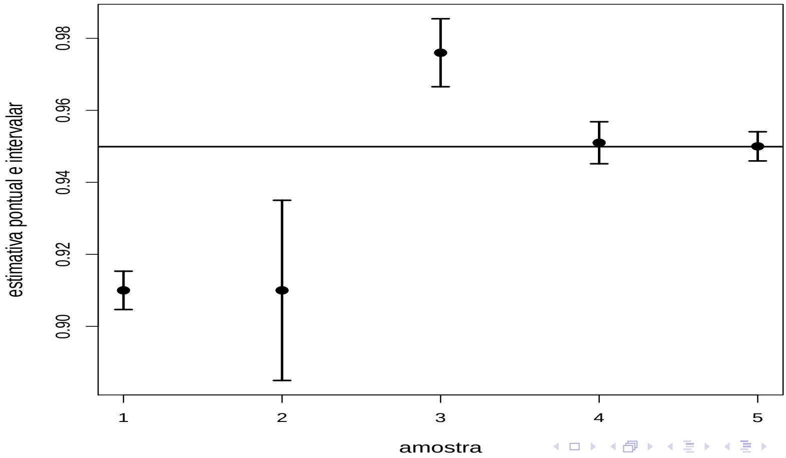


estimativa pontual e intervalar
0.88
0.89
0.90
0.91
0.92
0.93
1
2
3
4
5
amostra

p=0,95

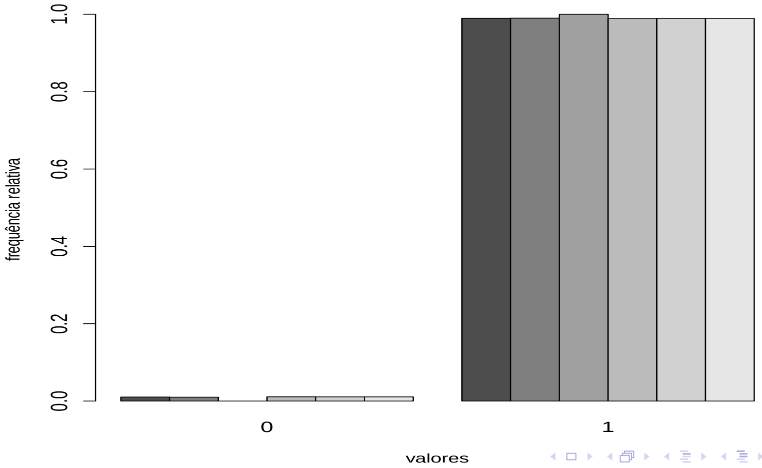


p=0,95

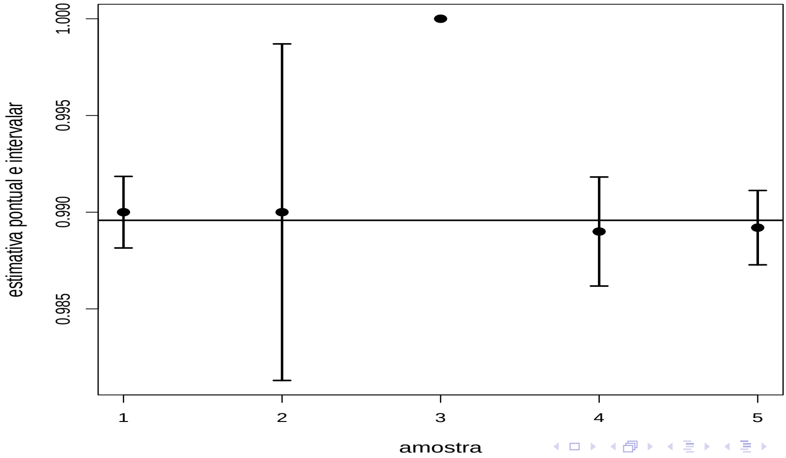


estimativa pontual e intervalar
0.90
0.92
0.94
0.96
0.98
1
2
3
4
5
amostra

p=0,99



p=0,99

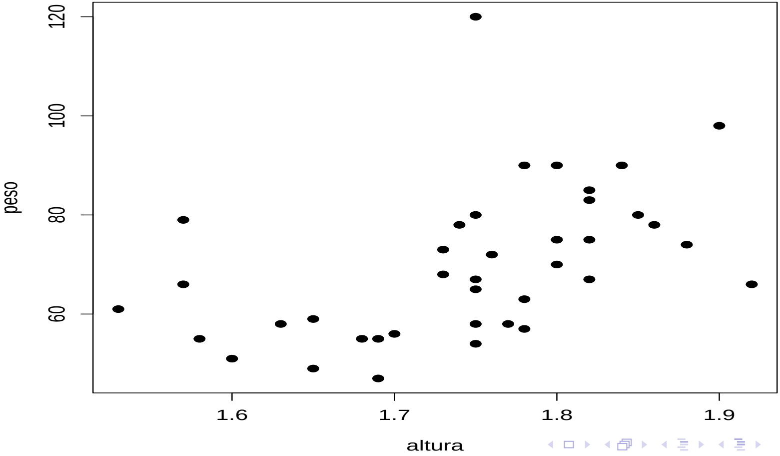


estimativa pontual e intervalar
0.985
0.990
0.995
1.000
1
2
3
4
5
amostra

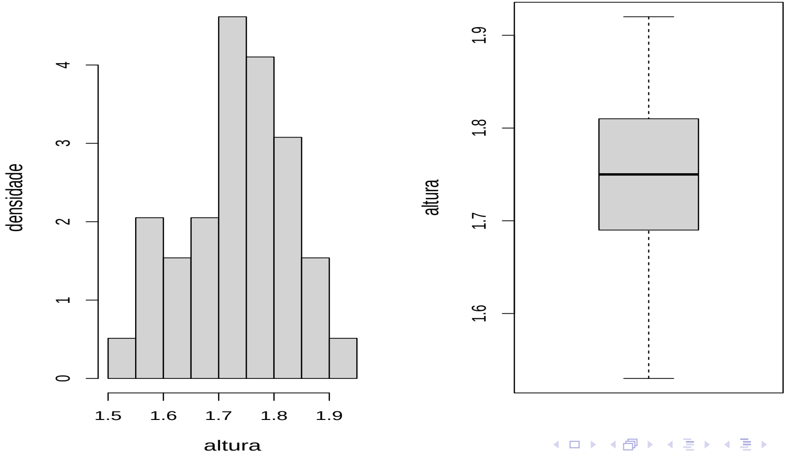
Análise dos dados de uma dada turma

- Este exemplo não é realístico pois o tamanho da população é muito pequeno $N = 39$.
- Apenas para ilustrar algumas das técnicas vistas em sala.
- Estimar a média da altura e do peso bem como a proporção de alunos procedentes da RMC (região metropolitana de Campinas).

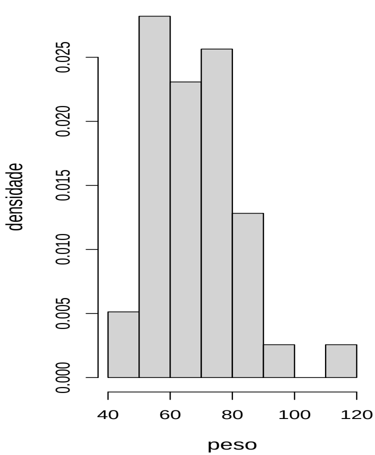
Gráfico de dispersão: altura $\times$ peso (cor = 0,473)



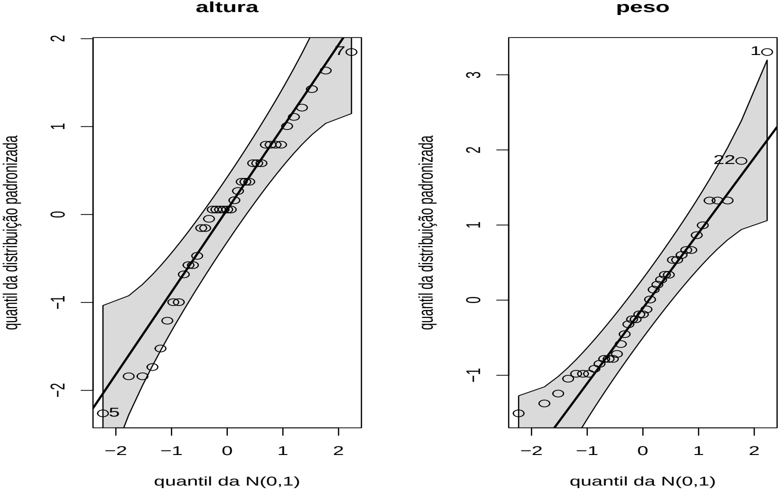
Histograma e boxplot: altura



Histograma e boxplot: peso



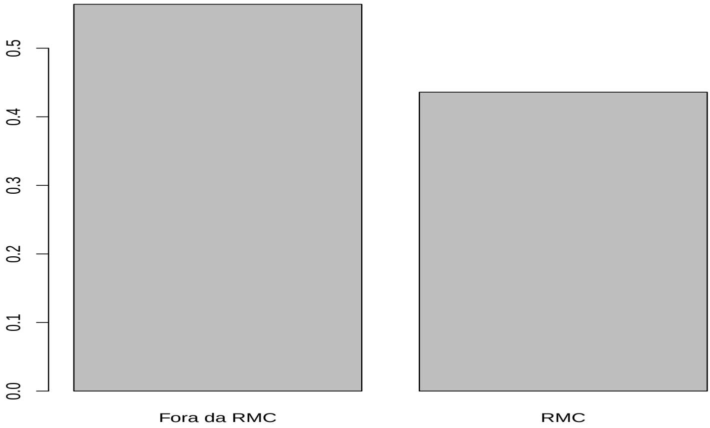
Gráficos de quantil quantil (normalidade)



Medidas resumo

Variável	Média	Var.	DP	CV(%)	Min.	Med.	Max.	CA
altura	1,74	0,01	0,09	5,44	1,53	1,75	1,92	-0,43
peso	69,87	230,38	15,18	21,72	47,00	67,00	120,00	0,94

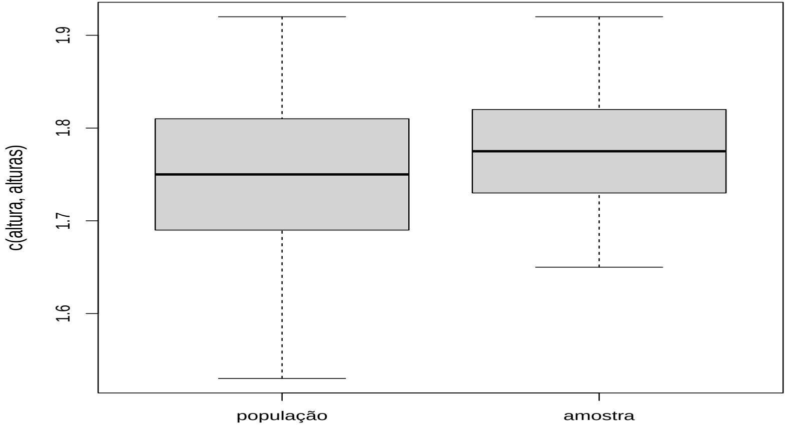
Distribuição da procedência (p (RMC) = 43,59%)



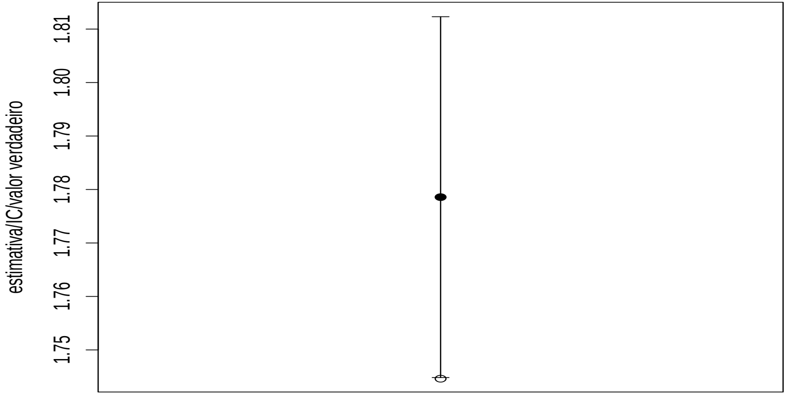
Estimação da média da altura

- $\delta = 0{,}04$ m (precisão), $\widetilde{s}^2 = 0,01m$ (populacional), $\gamma = 0,95$ (nível de confiança), $N = 39$.
- $n = \frac{1}{\frac{\delta^2}{s^2 z_{\gamma}^2} + \frac{1}{N}} = 14.$
- Resultados: $\widetilde{\mu} = 1,74m; IC(95\%) = [1,70m; 1,78m]$

Box-plot das alturas: população × amostra



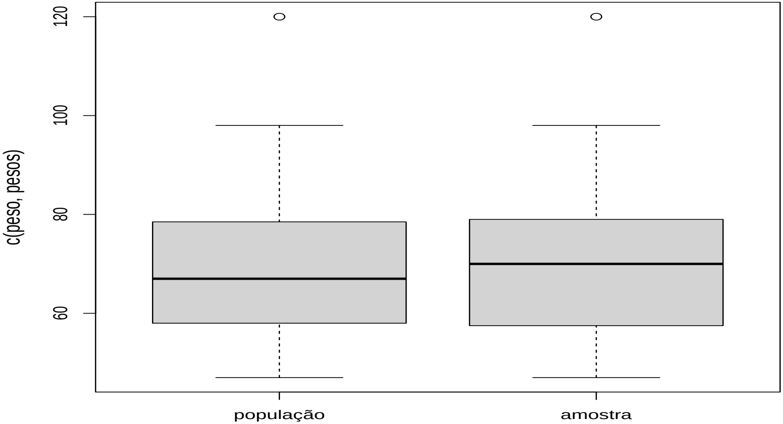
Valor verdadeiro, estimativa pontual e intervalar



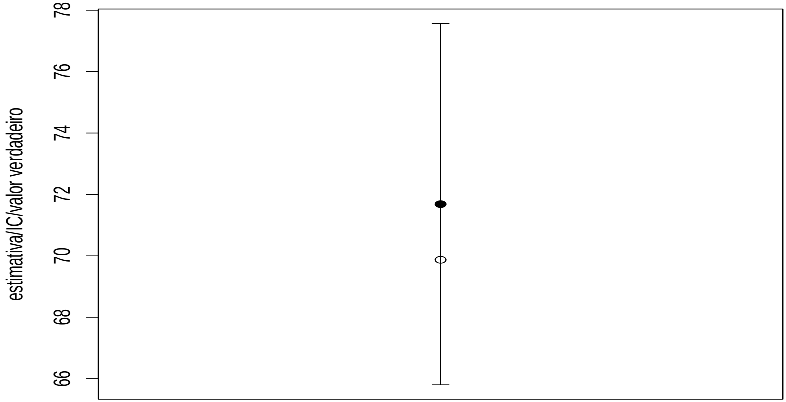
Estimação da média do peso

- $\delta = 5{,}00$(kg) (precisão), $\widetilde{s}^2 = 230,38kg$ (populacional), $\gamma = 0,95$ (nível de confiança), $N = 39$.
- $n = \frac{1}{\frac{\delta^2}{s^2 z_\gamma^2} + \frac{1}{N}} = 19$.
- Resultados: $\widetilde{\mu} = 73,32kg; IC(95\%) = [67,95kg; 78,68kg]$

Box-plot dos pesos: população × amostra



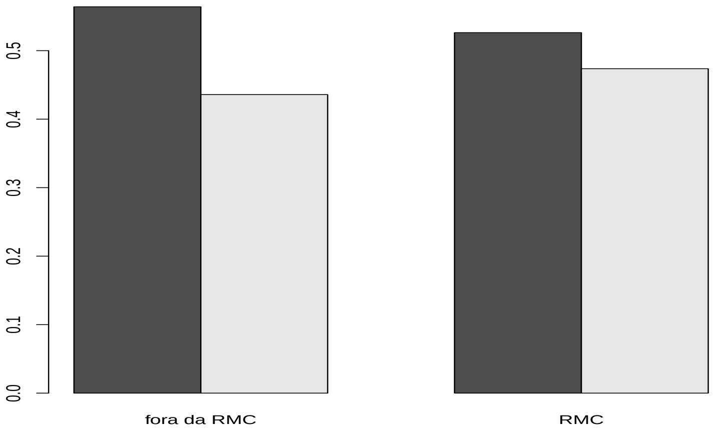
Valor verdadeiro, estimativa pontual e intervalar



Estimação da proporção de oriundos da RMC

- $\delta = 0{,}05$(precisão), $\gamma = 0,95$ (nível de confiança), $N = 39$.
- Se usássemos $n = \frac{1}{\frac{4\delta^2}{z_\gamma^2} + \frac{1}{N}} = 35$, ou seja, quase toda a população.
- Dessa forma, vamos considerar n = 19 (tamanho determinado para a estimação da média do peso) e verificaremos qual será a precisão (erro da estimativa).
- $\delta = z_\gamma \sqrt{(1-f)\frac{pq}{n}} = 1,96\sqrt{(1-\frac{19}{39})\frac{pq}{19}}$
- Resultados: $\widetilde{p} = 0{,}32$, $IC(95\%) = [0,17; 0,46]$.
- Assim, $\delta = 0,15$.

Box-plot dos pesos: população $\times$ amostra



Valor verdadeiro, estimativa pontual e intervalar