

Modelos lineares mistos: parte 4

Prof. Caio Azevedo

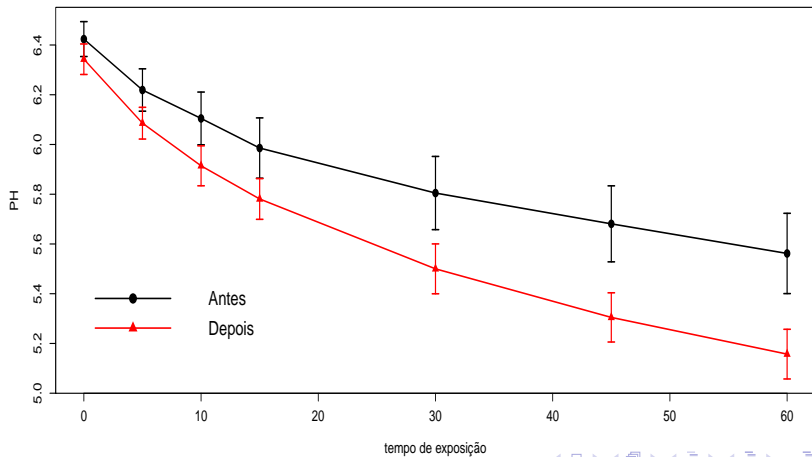
Exemplo 3: pH da placa bacteriana dentária

- Estudo realizado na Faculdade de Odontologia da Universidade de São Paulo para avaliar o efeito do uso contínuo de uma solução para bochecho no pH da placa bacteriana dentária.
- O pH da placa dentária foi medido de 21 voluntários antes e depois de um período de uso dessa solução para bochecho foi avaliado ao longo de 60 minutos, após a adição de sacarose ao meio em que as unidades experimentais foram colocadas.
- O pH ideal varia, em geral, entre 6,8 e 7,2 (pH alcalino). Quanto menor, pior (mais ácido).

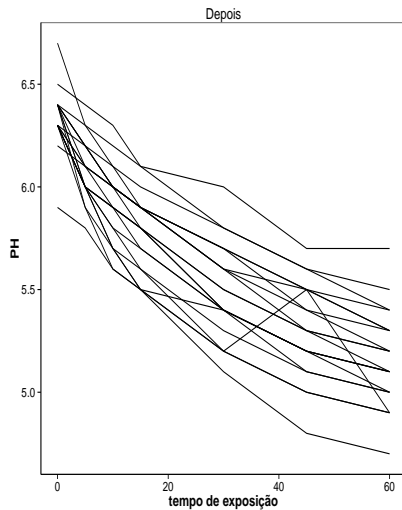
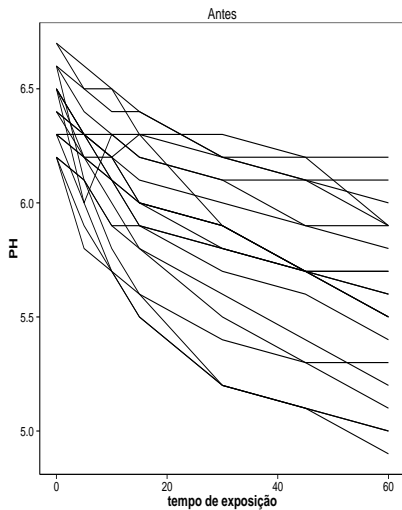
Exemplo 3: cont.

- Dois fatores intra-unidades: período de avaliação com dois níveis (antes e depois do uso da solução para bochecho) e tempo após a adição de sacarose com 7 níveis (0, 5, 10, 15, 30, 45 e 60 minutos).
- Estudo irregular, completo e balanceado (em relação ao tempo e período).
- O valor do pH no período “antes” pode ser considerado como uma covariável contínua ou como uma condição de avaliação (ou fator).

Perfis médios



Perfis individuais



Modelagem para os dados do Exemplo 3

$$Y_{ij} = \mu_{ij} + \xi_{ij}, j = 1, 2, \dots, n_i, (\text{indivíduo}), i = 1, 2, \dots, 7,$$

(tempo de exposição (condição de avaliação)), $n_i = 21, \forall i$, em que

$$\bar{w}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} w_{ij} = 6,42381.$$

- x_{ij} : é o tempo de exposição (0, 5, 10, 15, 30, 45 e 60) após a adição de sacarose, em minutos, no qual o ph (depois da utilização do enxaguante) foi medido no instante i do indivíduo j .
- w_{ij} : é o ph (antes da utilização do enxaguante) medido no instante i do indivíduo j .
- Y_{ij} : é o ph (depois da utilização do enxaguante) medido no instante i do indivíduo j .

Modelagem para os dados do Exemplo 2 (cont.)

- (1) $\mu_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + \beta_2 (w_{ij} - \bar{w}_1) + b_j$; (2)
 $\beta_0 + \beta_1 x_{ij} + \beta_2 (w_{ij} - \bar{w}_1) + b_{1j} + b_{2j} x_{ij}$.
- (Esperança marginal): $E(Y_{ij})$.
- β_0 : é ph (depois) esperado marginal para indivíduos no tempo 0 com ph (antes) igual à 6,42381.
- β_1 é o incremento no ph (depois) esperado marginal, para o aumento em uma unidade no tempo de exposição.
- β_2 : é o incremento no ph (depois) esperado marginal, para o aumento em uma unidade no valor do ph (antes).

Modelagem para os dados do Exemplo 2 (cont.)

- Defina: $\mathbf{b}_j = b_{1j}$ ou $(\mathbf{b}_j = (b_{1j}, b_{2j}))$; $b_{1jk} \stackrel{i.i.d}{\sim} N_1(0, \psi_1)$, ou $(b_{1j}, b_{2j}) \stackrel{i.i.d}{\sim} N_2(\mathbf{0}, \Psi)$, $\Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_0 \\ \psi_0 & \psi_2 \end{bmatrix}$.
- (1) : $\mathcal{V}(Y_{ij}) = \sigma^2$ (homocedástico); (2) $\mathcal{V}(Y_{ij}) = \sigma_i^2 = \sigma^2 \exp(x_{ij}\gamma_1)$ (heterocedástico).
- $\text{Corre}(Y_{ij}, Y_{i'j})$ (1) AR(1), (2) (ARMA(1,1)).

Modelos

| Modelo | Variância | Correlação | Efeitos aleatórios |
|-----------|-----------------|------------|---------------------------------|
| HAR1I | Homocedástico | AR(1) | intercepto |
| HAR1CA | Homocedástico | AR(1) | intercepto, coeficiente angular |
| HARMA11I | Homocedástico | ARMA(1,1) | intercepto |
| HARMA11CA | Homocedástico | ARMA(1,1) | intercepto, coeficiente angular |
| HEAR1I | Heterocedástico | AR(1) | intercepto |
| HEAR1CA | Heterocedástico | AR(1) | intercepto, coeficiente angular |
| HEARMA11I | Heterocedástico | ARMA(1,1) | intercepto |
| HERMA11CA | Heterocedástico | ARMA(1,1) | intercepto, coeficiente angular |

Modelos

| Modelo | AIC | BIC |
|--------------|----------------|----------------|
| HAR1I | -152,21 | -134,39 |
| HAR1CA | -150,21 | -129,42 |
| HARMA11I* | - | - |
| HARMA11CA* | - | - |
| HEAR1I | -153,10 | -132,32 |
| HEAR1CA | -151,17 | -127,41 |
| HEARMA11I | -149,10 | -122,38 |
| HERMA11CA | -147,17 | -117,48 |

* O processo iterativo não convergiu. O MMM selecionado foi HAR1 (homocedástico, AR1 sem efeitos aleatórios): AIC= -154,21; BIC=-139,36.

Estimativas dos parâmetros

MLM

| Parâmetro | Estimativa | EP | IC(95%) | Estatística | p-valor |
|-----------|------------|-------|-------------------|-------------|---------|
| β_0 | 6,258 | 0,052 | [6,156 ; 6,360] | 121,446 | <0,0001 |
| β_1 | -0,012 | 0,001 | [-0,015 ; -0,010] | -9,749 | <0,0001 |
| β_2 | 0,398 | 0,076 | [0,248 ; 0,549] | 5,242 | <0,0001 |

MMM

| Parâmetro | Estimativa | EP | IC(95%) | Estatística | p-valor |
|-----------|------------|-------|-------------------|-------------|---------|
| β_0 | 6,258 | 0,052 | [6,156 ; 6,360] | 121,446 | <0,0001 |
| β_1 | -0,012 | 0,001 | [-0,015 ; -0,010] | -9,749 | <0,0001 |
| β_2 | 0,398 | 0,076 | [0,248 ; 0,548] | 5,242 | <0,0001 |

Estimativas dos parâmetros

MLM

| Parâmetro | Estimativa | IC(95%) |
|------------|------------|------------------------------------|
| σ^2 | 0,06 | [0,04 ; 0,10] |
| ψ_1 | < 0,01 | [< 0,01 ; $1,25 \times 10^{226}$] |

O parâmetro ψ_1 é não significativo.

MMM

| Parâmetro | Estimativa | IC(95%) |
|------------|------------|---------------|
| σ^2 | 0,06 | [0,04 ; 0,10] |

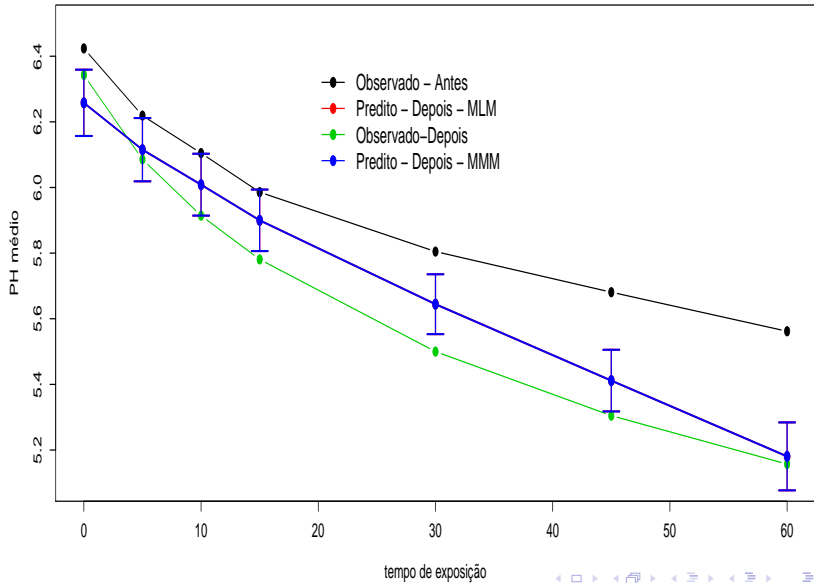
Estimativas dos parâmetros

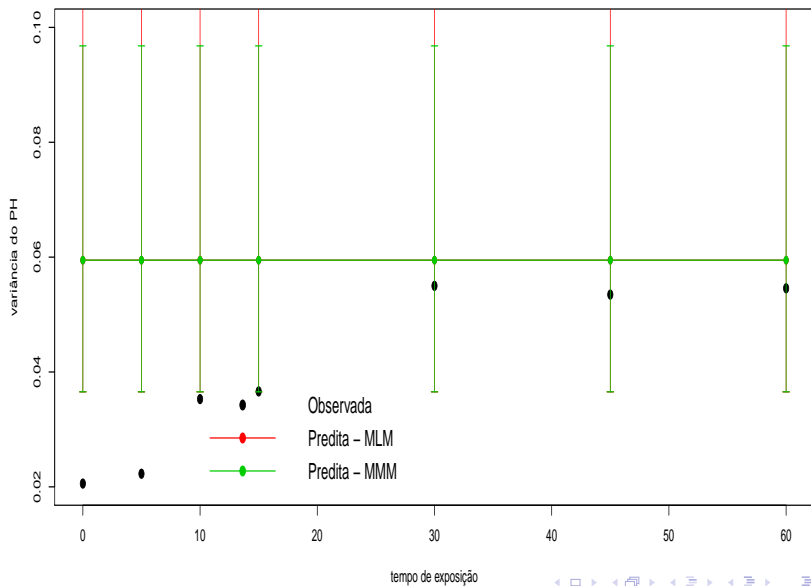
MLM

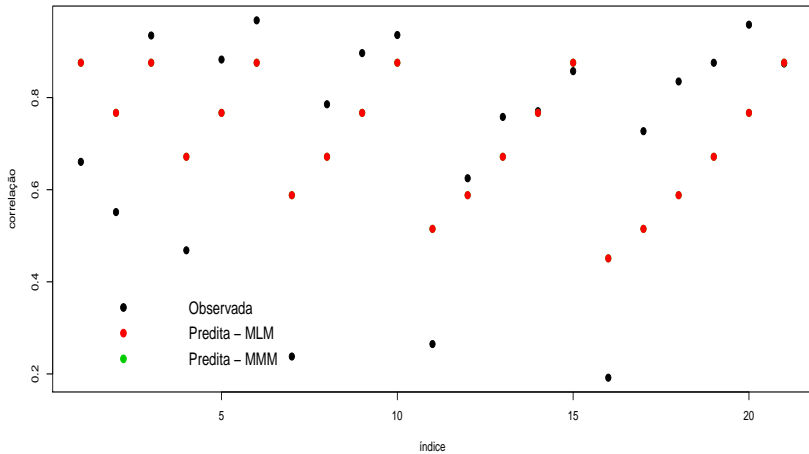
| Parâmetro | Estimativa | IC(95%) |
|-----------|------------|---------------|
| ρ | 0,88 | [0,79 ; 0,93] |

MMM

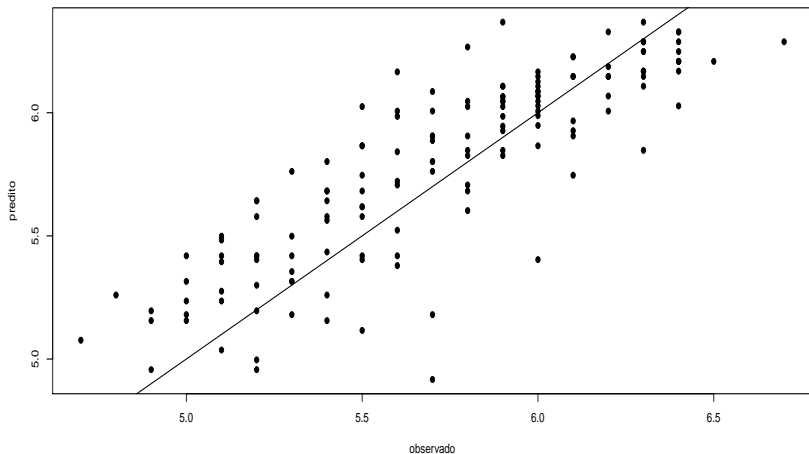
| Parâmetro | Estimativa | IC(95%) |
|-----------|------------|---------------|
| ρ | 0,88 | [0,79 ; 0,93] |



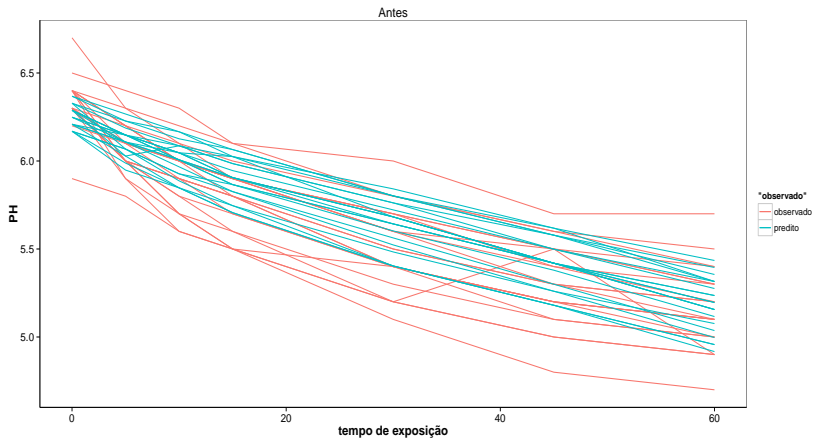




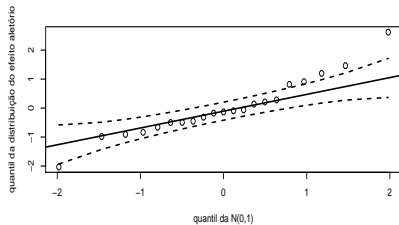
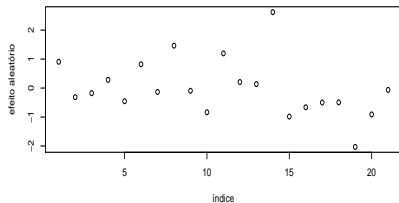
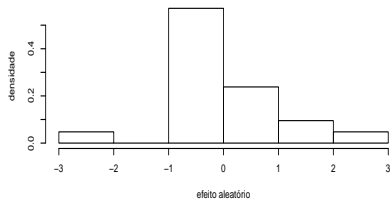
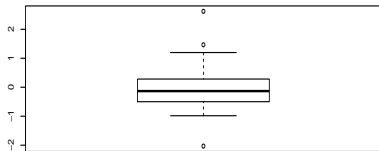
Valores individuais preditos: $\widehat{Y}b_j = \mathbf{X}_j\widehat{\beta} + \mathbf{Z}_j\widehat{b}_j$



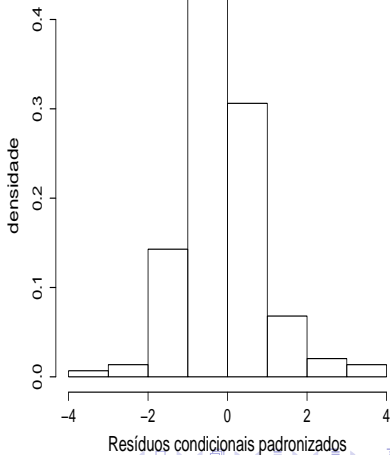
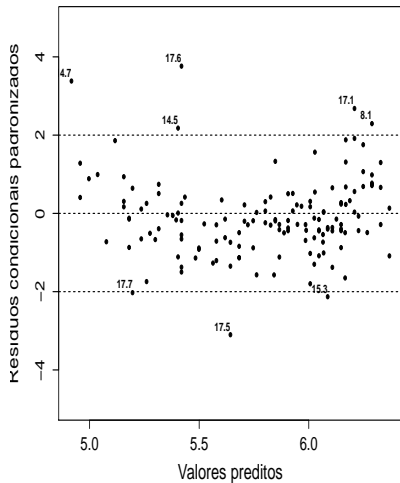
Perfis individuais preditos e observados



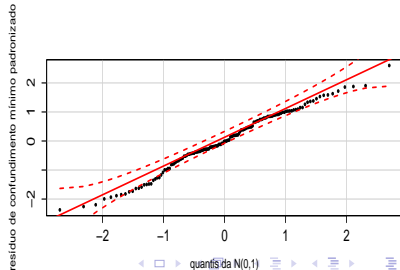
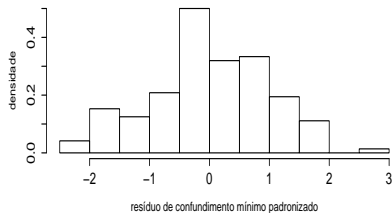
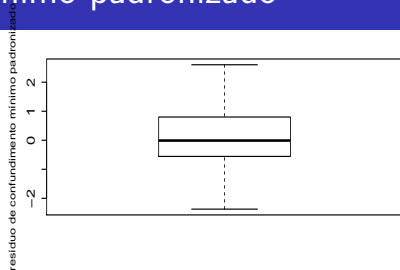
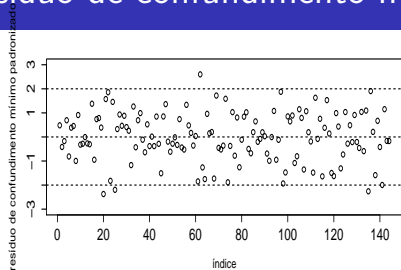
Efeitos aleatórios



Resíduo condicional padronizado



Resíduo de confundimento mínimo padronizado



Resíduo de confundimento mínimo padronizado

