

1. Questão 1

(a) **Alternativas corretas: (ii), (iv)**

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}(Y_{ijk}) &= \mathcal{E}(\mu) + \mathcal{E}(\alpha_i) + \mathcal{E}(\beta_j) + \mathcal{E}(\xi_{ijk}) = \mu + \alpha_i \\
 \mathcal{V}(Y_{ijk}) &= \mathcal{V}(\mu) + \mathcal{V}(\alpha_i) + \mathcal{V}(\beta_j) + \mathcal{V}(\xi_{ijk}) \\
 &\quad + 2Cov(\mu, \alpha_i) + 2Cov(\mu, \beta_j) + 2Cov(\mu, \xi_{ijk}) \\
 &\quad + 2Cov(\alpha_i, \beta_j) + 2Cov(\alpha_i, \xi_{ijk}) + 2Cov(\beta_j, \xi_{ijk}) \\
 &= \sigma_\beta^2 + \sigma^2
 \end{aligned}$$

Além disso, não há nenhuma estrutura de interação entre os fatores.

(b) **Alternativas corretas: (ii), (iii)**

Veja [aqui](#) e [aqui](#). Além disso (as demais covariâncias são iguais a zero, na equação abaixo),

$$\begin{aligned}
 Cov(Y_{ijk}, Y_{i'jk'}) &= Cov(\mu + \alpha_i + \beta_j + \xi_{ijk}, \mu + \alpha_{i'} + \beta_j + \xi_{i'jk'}) \\
 &= Cov(\beta_j, \beta_j) = \sigma_\beta^2
 \end{aligned}$$

Sempre que  $j \neq j'$  as covariâncias serão iguais à zero.

(c) **Alternativa correta: (iv)**

Itens (a) e (b) acima e propriedades da distribuição normal.

(d) **Alternativas corretas: (i), (iv)**.

Itens (a) e (b) acima e a definição de correlação.

Além disso, essencialmente, quer-se minimizar, em relação à  $\mu$ , a seguinte função:

$$Q(\mu) = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^{n_{ij}} [(Y_{ijk} - \beta_j) - \mu]^2$$

Por outro lado,

$$\frac{d}{d\mu} Q(\mu) = 0 \rightarrow -2 \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^{n_{ij}} [(Y_{ijk} - \beta_j) - \tilde{\mu}] = 0 \rightarrow \tilde{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^{n_{ij}} (Y_{ijk} - \beta_j)$$

2. Questão 2

(a) **Alternativas corretas (ii), (iii)**

- i. O modelo não apresenta estrutura de interação entre o Fator de interesse e o bloco.
- ii. Não há empecilho para ser usar o modelo em questão, mas há que se ter cuidado com a inferência feita através dele (veja [aqui](#)).
- iii. É uma forma apropriada sim, (veja [aqui](#)).
- iv. Trata-se de um exemplo de blocos incompletos desbalanceados (veja [aqui](#))

(b) **Alternativa correta (iii)**

Trata-se de um um exemplo de blocos incompletos desbalanceados (veja [aqui](#))

### 3. Questão 3

- (a) O modelo parece ser apropriado pois se trata de um experimento em blocos completos aleatorizados com, aparentemente, efeito fator principal e de bloco. Além disso, como só há uma observação para cada combinação entre os níveis do fator e do bloco, não há como considerar interação no modelo.
- (b) Os resíduos apresentam uma aparente heterocedasticidade e assimetria positiva. Além disso, no QQplot há um comportamento sistemático com um ponto fora das bandas de confiança. Assim, o modelo não está bem ajustado.
- (c) Supondo o bom ajuste do modelo e considerando um nível de significância ( $\alpha$ ) de 0,05, como ambos p-valores são menores do que  $\alpha$  (Tabela 5), conclui-se que há efeito tanto do Fator de interesse como de bloco (note que o modelo ajustado não contempla interação).
- (d) Dadas as informações presentes no enunciado e na Tabela 6, temos que ( $L_i$ , i-ésima linha da Tabela 6) :

$$L_1 - H_0 : \mu_1 - \mu_5 = 0$$

$$L_2 - H_0 : \mu_2 - \mu_3 = 0$$

$$L_3 - H_0 : \mu_2 - \mu_4 = 0$$

$$L_4 - H_0 : \mu_3 - \mu_4 = 0$$

$$L_5 - H_0 : \mu_3 - \mu_5 = 0$$

(1)

- (e) Supondo o bom ajuste do modelo e considerando um nível de significância ( $\alpha^* = 0,05/5$ ) de 0,01, tem-se que apenas as hipóteses das linhas 3 e 5 são significativas. Para evitar “contradições” entre esses testes (comparações entre as médias duas a duas) no que tange as médias dos projetos 2, 3 e 4 e pela Figura 1, sugerimos a existência de dois grupos, a saber:
- Grupo 1: projetos 1 e 5.
  - Grupo 2: projetos 2, 3 e 4.

#### 4. Questão 4

- (a) Como o efeito em questão é aleatório, e há evidências (Tabela 8 e Figura 4) de que haja diferenças entre os lotes, o modelo misto (de efeito aleatório) parece ser apropriado.
- (b) Apesar do RQ indicar um bom ajuste, o RCP apresenta assimetria e uma certa heterocedasticidade. Além disso, o respectivo QQ plot apresenta sistematicidade e alguns pontos fora das bandas de confiança. Isso indica que o modelo não está bem ajustado, embora, com as informações que tenhamos, não é possível identificar se é um problema com as suposições dos erros e/ou dos efeitos aleatórios.
- (c) As hipóteses que estão sendo testadas são:

$$H_0 : \sigma_\alpha^2 = 0 \text{ vs } H_1 : \sigma_\alpha^2 > 0.$$

Como o respectivo p-valor é menor do que o nível de significância de 0,05, rejeita-se a hipótese nula, ou seja, há uma variabilidade significativa entre as médias de cálcio dos lotes.

- (d) Pelo comportamento dos intervalos de credibilidade (IC) em relação ao valor zero (por não conterem tal valor ou este estar próximo a um dos limites do IC), há indícios de que quatro efeitos aleatórios diferentes de zero. Isso reitera a variabilidade significativa identificada no item anterior, ou seja, a presente conclusão era esperada.