Estatística para Biologistas (ME 480)
Primeiro semestre de 2013
Prova II
Data: 26/06/2013

Nome: ______________________________ RA: ____________________

Leia atentamente as instruções abaixo:

- **Coloque seu nome completo e RA em todas as folhas que você recebeu, inclusive nesta.**
- **Utilize somente um dos lados de cada folha de resposta.**
- **Leia atentamente cada uma das questões.**
- **Enuncie, claramente, todos os resultados que você utilizar.**
- **Justifique, adequadamente, seus desenvolvimentos, sem, no entanto, escrever excessivamente.**
- **O(a) aluno(a) só poderá sair da sala após as 10h30, mesmo que já tenha finalizado a prova. Após a saída do(a) primeiro(a) aluno(a) não será permitido a entrada de nenhum(a) outro(a) aluno(a).**
- **Não é permitido empréstimo de material.**
- **Não serão dirimidas dúvidas de quaisquer natureza, após os 20 minutos iniciais.**
- **Resolva a prova, preferencialmente, à caneta, e procure ser organizado(a). Se fizer à lápis, destaque, à caneta, sua resposta.**
- **O(a) aluno(a) deverá portar sua carteira de estudante e apresentá-la, quando for solicitada sua assinatura.**
- **Contestações a respeito da nota, só serão consideradas se estiverem por escrito.**
- **A nota do aluno(a) será $\frac{NP}{NT} \times 10$, em que NP é o número de pontos obtidos na prova e NT é o numero total de pontos da prova.**
- **Os resultados numéricos finais devem ser apresentados com duas casas decimais, apenas.**
- **A prova terá duração de 120 minutos, das 10h às 12h, improrrogáveis.**

Faça uma excelente Prova!!

1. Seja X uma variável aleatória contínua tal que sua fdp é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < -1/2 \text{ ou se } x > 1/2 \\ C(1+x) & \text{se} \quad -1/2 \leq x < 0 \\ C(1-x) & \text{se} \quad 0 \leq x \leq 1/2 \end{cases}$$

Responda os itens:

a) Determine a constante C para que a função acima seja, de fato, uma fdp (150 pontos).
b) Obtenha $F(x)$ (ou seja, a função de distribuição acumulada) e calcule $P(X \leq 1/3)$ (250 pontos).
c) Calcule $\mathcal{E}(X)$ e $Var(X)$ (200 pontos).

2. Em um estudo dos efeitos da cocaína no período pré-natal sobre bebês, foram obtidos os seguintes dados amostrais dos pesos ao nascer: $n = 17$, $\bar{x} = 2850\ g$, $s = 637\ g$. Note que, neste caso, a variância populacional é desconhecida. Desejamos fazer inferência com respeito à média populacional (μ). Responda as perguntas:

a) Construa um IC(95%) para a média populacional (μ). O grupo de bebês é considerado doente, se o peso médio for menor que 2300 g. Neste caso, qual seria sua conclusão sobre este grupo, com base no intervalo de confiança? Justifique, adequadamente, sua resposta (200 pontos).
b) Qual seria o tamanho da amostra de sorte que o erro da estimativa não seja superior à 350g, com uma probabilidade de 0,95. Use os dados do problema (250 pontos).

3. Um pesquisador desenvolveu um novo remédio para tratar certo tipo de alergia. Ele tem certeza de que o remédio é eficaz em 70 % ou 90% dos casos. Ou seja, ele deseja testar se $H_0 : p = 0,70$ vs $H_1 : p = 0,90$, em que "p" é a proporção de pessoas em que o remédio é eficaz. A regra de decisão sempre será: rejeita-se H_0 se o valor da estatística calculada exceder um valor crítico. Responda os itens:

a) Suponha que a regra de decisão seja: rejeita-se H_0 se a proporção amostral for maior que 0,80. Para uma amostra de tamanho n = 35, obtenha as probabilidades de se cometer o erro do tipo I (α), de se cometer o erro do tipo II (β) bem como o poder observado (ψ). (200 pontos)
b) Como deveria ser a regra de decisão para o que a probabilidade de se cometer o erro do tipo I (α) seja de 0,01 (200 pontos).
c) Com a regra de decisão estabelecida no item b), determine o tamanho da amostra de sorte que o poder observado seja igual à 0,95 (200 pontos).

4. Os tempos de vida de componentes eletrônicos (em horas) das marcas A e B, têm distribuição normal com variâncias conhecidas, sendo $\sigma_A^2 = 34,56$ e $\sigma_B^2 = 36,54$. Com o intuito de comparar se as médias dos tempos de vida são iguais ou não, realizou-se um experimento em $n = 19$ componentes da marca A e $m = 15$ componentes da marca B. Os resultados foram $\overline{x}_A = 23,5$, $\overline{x}_B = 25,4$, em que os índices "A" e "B" indicam que os resultados se referem as marcas A e B, respectivamente. Responda os itens:

a) Construa um IC(99%) para $\mu_A - \mu_B$. Com base neste IC, o que você pode concluir em relação às hipóteses de interesse? Justifique, adequadamente, sua resposta (250 pontos)
b) Teste, ao nível de significância ($\alpha = 0,01$), as hipóteses de interesse. Calcule o nível descritivo (pvalor) associado ao teste. Qual sua conclusão? Ela coincidiu com a conclusão obtida no item a)? O resultado era esperado? Justifique, adequadamente, sua resposta (300 pontos).

Formulário

1. Variáveis aleatórias contínuas

   $E(X^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)dx, k = 1, 2, ...$

   $Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$

   $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(z)dz.$

2. Intervalo de confiança para (μ) com variância (σ^2) desconhecida.

   $$IC(\mu, \gamma\%) = \left[\overline{X} - t_{\frac{1+\gamma}{2}}\sqrt{\frac{S^2}{n}}; \overline{X} + t_{\frac{1+\gamma}{2}}\sqrt{\frac{S^2}{n}}\right], \; S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2, \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

3. Teste de hipóteses para uma única proporção: $H_0 : p = p_0$ vs $H_1 : p > p_0$ ou $H_1 : p < p_0$ ou $H_1 : p \neq p_0$

   Estatística do teste:

   $$Z = \frac{\widehat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

4. Intervalo de confiança para diferença de médias com variâncias conhecidas:

   $$IC(\mu_A - \mu_B, \gamma\%) = \left[(\overline{X}_A - \overline{X}_B) - z_{\frac{1+\gamma}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{m}}; (\overline{X}_A - \overline{X}_B) + z_{\frac{1+\gamma}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{m}}\right]$$

5. Teste de hipóteses para diferenças de médias com variâncias conhecidas: $H_0 : \mu_A = \mu_B$ vs $H_1 : \mu_A < \mu_B$ ou $H_1 : \mu_A > \mu_B$ ou $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$.

   Estatística do teste:

   $$Z = \frac{\overline{X}_A - \overline{X}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{m}}}$$