

Planejamento e Pesquisa (ME 623A)
Primeiro semestre de 2025
Lista de Exercícios III

OBS: em relação as questões de modelagem de problemas (análise de dados) seja crítico em relação às ferramentas que você usou.

OBS: procure resolver os exercícios de modelagem de problemas em formato de relatório, veja [aqui](#) (note que é uma sugestão e o fora feito para a disciplina de Regressão, ME 613)

Sugestão: Para os exercícios envolvendo Somas de Quadrados, Quadrados Médios, Esperanças de Somas de Quadrados etc veja [aqui](#)

1. Resolva os exercícios deixados em sala.
2. Para o exemplo do tempo de vida dos componentes, visto em sala (considerando os 3 níveis por fator), prove que, testar a veracidade de

$$H_0 : \begin{cases} \mu_{21} - \mu_{11} = \mu_{22} - \mu_{12} = \mu_{23} - \mu_{13} \\ \mu_{31} - \mu_{21} = \mu_{32} - \mu_{22} = \mu_{33} - \mu_{23} \end{cases}$$

é equivalente à testar a veracidade de

$$H_0 : \begin{cases} \mu_{21} - \mu_{11} = \mu_{22} - \mu_{12} = \mu_{23} - \mu_{13} \\ \mu_{31} - \mu_{11} = \mu_{32} - \mu_{12} = \mu_{33} - \mu_{13} \end{cases}$$

que equivale a testar ser $H_0 : (\alpha\beta)_{22} = (\alpha\beta)_{23} = (\alpha\beta)_{32} = (\alpha\beta)_{33} = 0$ é verdade.

3. Considere um experimento com dois fatores, nomeadamente A (com a níveis) e B (com b níveis), balanceado (com n repetições por tratamento). Responda dos itens :
 - a) Escreva um modelo, que leve em consideração os fatores principais e a interação, sob as parametrizações casela de referência e desvios com restrição, colocando todas suposições necessárias.
 - b) Escreva um modelo, que leve em consideração apenas os fatores principais, sob as parametrizações casela de referência e desvios com restrição, colocando todas suposições necessárias.

- c) Considerando apenas a parametrização CR, para o modelo do item a), generalize a hipótese de ausência de interação, em termos das médias e dos parâmetros β .
- d) Considerando apenas a parametrização CR, para o modelo do item b), generalize as hipóteses de ausência de efeito do fator A e do fator B, em termos das médias e dos parâmetros β .
- e) Prove, para a parametrização desvios com restrição com no modelo do item a) e usando as formas escalares dos quadrados médios, que:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(QMF_A) &= \sigma^2 + \frac{bn \sum_{i=1}^a \alpha_i^2}{a-1}, \\ \mathcal{E}(QMF_B) &= \sigma^2 + \frac{an \sum_{j=1}^b \beta_j^2}{b-1}, \\ \mathcal{E}(QMF_{Int}) &= \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\alpha\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}, \\ \mathcal{E}(QMR) &= \sigma^2.\end{aligned}$$

4. Considere os dados da questão 5-2, do Livro do Montgomery 5ª edição, página 211. Responda os itens:

- a) Defina quem são: os fatores principais (quantos e quem são seus níveis), a variável resposta e o número de unidades experimentais por tratamento.
- b) Escreva o modelo apropriado (com todas as suposições pertinentes) para comparar os tratamentos (interseção dos níveis dos fatores) sob a parametrização casela de referência (CR).
- c) Construa um gráfico de perfis médios. O que ele sugere em termos da existência de interação e dos efeitos dos fatores principais?
- d) Teste a homocedasticidade usando os testes de Levene e Bartlett e a normalidade usando o teste de Shapiro-Wilk. Quais são suas conclusões ao nível de significância de $\alpha = 0,05$?
- e) Ajuste o modelo (sob a parametrização CR) e faça uma análise residual completa. O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão?

- f) Construa a Tabela ANOVA e indique que efeitos são significativos (interação e fatores principais). Faça as comparações que você julgar necessárias, a fim de responder as perguntas acerca do experimento, sempre justificando a estratégia adotada.
- g) Ajuste um modelo reduzido, se for o caso, ou use o modelo do item f), e forneça as estimativas pontuais e intervalares apropriadas. Qual sua conclusão a respeito do problema em questão? Não se esqueça de também verificar as suposições para o modelo reduzido.
- h) Ajuste um modelo de regressão (linear) considerando as duas variáveis explicativas fazendo uma análise residual completa e a devida interpretação dos parâmetros. Os resultados obtidos nesta análise, estão de acordo com aqueles obtidos na análise anterior? Justifique, adequadamente, sua resposta. Certamente, se fizer sentido ajustar um modelo reduzido, deve-se fazê-lo (lembrando de interpretá-lo e de se fazer uma análise residual completa).
5. Considere os dados da questão 5-4, do Livro do Montgomery 5ª edição, página 211. Responda os itens:
- a) Defina quem são: os fatores principais (quantos e quem são seus níveis), a variável resposta e o número de unidades experimentais por tratamento.
- b) Escreva o modelo apropriado (com todas as suposições pertinentes) para comparar os tratamentos (interseção dos níveis dos fatores) sob a parametrização casela de referência (CR).
- c) Construa um gráfico de perfis médios. O que ele sugere em termos da existência de interação e dos efeitos dos fatores principais?
- d) Teste a homocedasticidade usando os testes de Levene e Bartlett e a normalidade usando o teste de Shapiro-Wilk. Quais são suas conclusões ao nível de significância de $\alpha = 0,05$?
- e) Ajuste o modelo (sob a parametrização CR) e faça uma análise residual completa. O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão?
- f) Construa a Tabela ANOVA e indique que efeitos são significativos (interação e fatores principais). Faça as comparações que você julgar necessárias, a fim de responder as perguntas acerca do experimento, sempre justificando a estratégia adotada.

- g) Ajuste um modelo reduzido, se for o caso, ou use o modelo do item f), e forneça as estimativas pontuais e intervalares apropriadas. Qual sua conclusão a respeito do problema em questão? Não se esqueça de também verificar as suposições para o modelo reduzido.
6. Considere os dados da questão 5-8, do Livro do Montgomery 5ª edição, página 213. Responda os itens:
- a) Defina quem são: os fatores principais (quantos e quem são seus níveis), a variável resposta e o número de unidades experimentais por tratamento.
 - b) Escreva o modelo apropriado (com todas as suposições pertinentes) para comparar os tratamentos (interseção dos níveis dos fatores) sob a parametrização casela de referência (CR).
 - c) Construa um gráfico de perfis médios. O que ele sugere em termos da existência de interação e dos efeitos dos fatores principais?
 - d) Teste a homocedasticidade usando os testes de Levene e Bartlett. Qual sua conclusão ao nível de significância de $\alpha = 0,05$?
 - e) Ajuste o modelo (sob a parametrização CR) e faça uma análise residual completa. O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão?
 - f) Construa a Tabela ANOVA e indique que efeitos são significativos (interação e fatores principais). Faça as comparações que você julgar necessárias, a fim de responder as perguntas acerca do experimento, sempre justificando a estratégia adotada.
 - g) Ajuste um modelo reduzido, se for o caso, ou use o modelo do item f), e forneça as estimativas pontuais e intervalares apropriadas. Qual sua conclusão a respeito do problema em questão? Não se esqueça de também verificar as suposições para o modelo reduzido.
 - h) Ajuste um modelo de regressão (linear) com diferentes interceptos e coeficientes angulares por tipo de placa de vidro, em que a variável explicativa é a temperatura, fazendo uma análise residual completa e a devida interpretação dos parâmetros. Os resultados obtidos nesta análise, estão de acordo com aqueles obtidos na análise anterior? Justifique, adequadamente, sua resposta. Certamente, se fizer sentido ajustar um modelo reduzido, deve-se fazê-lo (lembrando de interpretá-lo e de se fazer uma análise residual completa).

7. Considere os dados da questão 5-16, do Livro do Montgomery 5ª edição, página 215. Responda os itens:

- a) Defina quem são: os fatores principais (quantos e quem são seus níveis), a variável resposta e o número de unidades experimentais por tratamento.
- b) Escreva o modelo apropriado (com todas as suposições pertinentes) para comparar os tratamentos (interseção dos níveis dos fatores) sob a parametrização casela de referência (CR).
- c) Construa um gráfico de perfis médios. O que ele sugere em termos da existência de interação e dos efeitos dos fatores principais?
- d) Teste a homocedasticidade usando os testes de Levene e Bartlett e a normalidade usando o teste de Shapiro-Wilk. Quais são suas conclusões ao nível de significância de $\alpha = 0,05$?
- e) Ajuste o modelo (sob a parametrização CR) e faça uma análise residual completa. O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão?
- f) Construa a Tabela ANOVA e indique que efeitos são significativos (interação e fatores principais). Faça as comparações que você julgar necessárias, a fim de responder as perguntas acerca do experimento, sempre justificando a estratégia adotada.
- g) Ajuste um modelo reduzido, se for o caso, ou use o modelo do item f), e forneça as estimativas pontuais e intervalares apropriadas. Qual sua conclusão a respeito do problema em questão? Não se esqueça de também verificar as suposições para o modelo reduzido.
- h) Ajuste um modelo de regressão (linear) considerando as três variáveis explicativas fazendo uma análise residual completa e a devida interpretação dos parâmetros. Os resultados obtidos nesta análise, estão de acordo com aqueles obtidos na análise anterior? Justifique, adequadamente, sua resposta. Certamente, se fizer sentido ajustar um modelo reduzido, deve-se fazê-lo (lembrando de interpretá-lo e de se fazer uma análise residual completa).