

MI 634 - Análise de dados longitudinais
Segundo semestre de 2018
Lista de Exercícios II.

1. Resolva TODOS os exercícios deixados em sala.
2. Prove os resultados acerca do variograma, ou seja, que $g(u) = \sigma^2(1 - \rho(u))$ e que
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2Nk} \sum_{i \neq l} \sum_{j,k} \frac{1}{2} (\Delta_{ij} - \Delta_{lk})^2 = \frac{1}{2Nk} \sum_{i \neq l} \sum_{j,k} v_{ijkl},$$
 é um estimador não viciado de σ^2 (utilizando a parametrização apresentada nos slides).
3. Considere o modelo marginal multivariado, conforme visto em sala de aula, e a decomposição da matriz de covariâncias utilizada pela função “gls”. Responda os itens:
 - a) Obtenha as expressões dos estimadores de MV (MVR) para β e σ^2 .
 - b) Apresente a função escore para $\theta = (\delta', \varrho')$ (você pode deixar as derivadas indicadas).
 - c) Prove, de modo argumentativo, a convergência em distribuição dos estimadores de β , σ^2 , δ e ϱ , apresentando as suposições/ou teoremas que devem ser verificados para que seus argumentos sejam válidos.
4. Prove, de modo argumentativo, que o resíduo normalizado (apresentado em aula) tem aproximadamente distribuição $N(0, 1)$, apresentando as suposições que devem ser verificadas para que seus argumentos sejam válidos. Suponha que R_j e σ^2 são conhecidos.
5. Repita o item anterior considerando R_j e σ^2 são desconhecidos.
6. Prove, de modo argumentativo, que a distribuição assintótica da estatística Q (para testar hipóteses do tipo $C\beta = M$), sob H_0 e H_1 são aquelas apresentadas em sala, apresentando as suposições que devem ser verificadas para que seus argumentos sejam válidos.
7. Proponha uma estatística (análoga àquela apresentada para testar hipóteses do tipo $C\beta = M$) para testar hipóteses do tipo $C\theta = M$ em que θ são os parâmetros de variância e correlação. Obtenha sua distribuição assintótica (de modo argumentativo) sob H_0 e sob H_1 .
8. Considere o conjunto de dados analisado na Lista de Exercícios I. Análise-os, do ponto de vista inferencial, à semelhança do que foi feito em sala, nas três seguintes situações:
 - a) Desconsiderando a concentração de peróxido e o último tempo
 - b) Desconsiderando a concentração mas considerando o último tempo.
 - c) Considerando todo o conjunto de dados.

Depois de selecionar o modelo, entre aqueles candidatos (pré-selecionados com base na análise descritiva anteriormente realizada), utilizando as estatísticas AIC e BIC, tente reduzi-lo (em termos da estrutura para a média bem como para a variância), caso seja possível. Realize as interpretações, de acordo com os objetivos do estudo, através do modelo final, não se esquecendo de apresentar uma análise residual e de predição, conforme vistas em sala. A análise, em cada situação, não pode exceder 10 páginas.

9. Pesquise sobre a demonstração dos resultados assintóticos relativos ao modelo multivariado marginal.