MI - 402 Inferência Estatística
Segundo semestre de 2019
Lista de exercícios I

1. Resolva todos os exercícios deixados em sala de aula.

2. Com base em uma amostra aleatória de dimensão $n$, mostre que cada uma das seguintes famílias pertence à família exponencial k-paramétrica, encontrando adequadamente as funções pertinentes.

   a) $X \sim \text{trinomial}(m, p_1, p_2), m \in \mathcal{N}$ (conhecido), $p_i \in (0,1), p_1 + p_2 \in (0,1)$
   b) $X \sim N_2(0,0,1,1,\rho), \rho \in (-1,1)$ (normal bivariada).
   c) $X \sim N_2(\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho), \rho \in (-1,1)$ (normal bivariada).
   d) $Y_i = \alpha + X_i\beta + \xi_i$, $\xi_i \sim N(0, \sigma^2), X_i's$ conhecidos.
   e) $Y_i \sim$ Bernoulli($p_i$), $p_i = \dfrac{1}{1+e^{\alpha+X_i\beta}}, X_i's$ conhecidos.

3. Coloque as distribuições da Questão 2 desta Lista na forma canônica da família exponencial. Depois, calcule $\mathcal{E}(T_j)$ e $\mathcal{V}ar(T_j)$, j =1,...,k, utilizando o resultado visto em sala.

4. Com base em uma amostra aleatória de dimensão $n$, verifique qual(is) das distribuições abaixo pertence(m) à família exponencial k-paramétrica, encontrando adequadamente as funções pertinentes.

   a) $P_\theta(X = x) = \dfrac{\binom{m}{x}\theta^x(1-\theta)^{m-x}}{1-(1-\theta)^m}\mathbb{1}_{\{1,2,\ldots,m\}}(x)$, $m$ conhecido, $\theta \in (0,1)$ (binomial truncada no zero.
   b) $P_\theta(X = x) = \dfrac{-p^x}{x\ln(1-p)}\mathbb{1}_{\{1,2,\ldots,\}}(x), p \in (0,1)$ (distribuição logarítmica).
   c) $f_X(x;\theta) = \dfrac{\theta^2}{(1+\theta)}(1+x)e^{-\theta x}\mathbb{1}_{(0,\infty)}(x), \theta \in (0,\infty)$(distribuição de Lindley)
   d) $f_X(x;\boldsymbol{\theta}) = \dfrac{r}{\lambda}\left(\dfrac{x}{\lambda}\right)^{r-1} e^{-(x/\lambda)^r}\mathbb{1}_{(0,\infty)}(x), r, \lambda \in (0,\infty)$, $\boldsymbol{\theta} = (r,\lambda)'$ (distribuição de Weibull)
   e) $f_X(x;\theta) = \dfrac{x}{\theta}e^{-(x^2/2\theta)}\mathbb{1}_{(0,\infty)}(x), \theta \in (0,\infty)$ (distribuição de Rayleigh)

5. Coloque as distribuições da Questão 4 (quando pertinente) desta Lista na forma canônica da família exponencial. Depois, calcule $\mathcal{E}(T_j)$ e $\mathcal{V}ar(T_j)$, j =1,...,k, utilizando o resultado visto em sala.

6. Casella, G. & Berger, R.L. (2002). Statistical Inference, exercícios: 3.28, 3.29, 3.30, 3.31, 3.32, 3.33, 3.37 e 3.38