

ME - 310 Probabilidade II

Segundo semestre de 2009

Lista de exercícios I

Entrega: Exercícios 1, 2, 6, 8 [somente as Questões 1, 14 (Problems); 8 (Theoretical Exercises)] em 09/09/2009

1. Seja $X \sim \text{Beta}(a, b = 1)$, $a \in \mathcal{R}^+$. Responda os itens:
 - a) Calcule a f.d.a de X e a escreva usando funções indicadoras.
 - b) Calcule a moda, mediana, média e variância de X.
 - c) Calcule o valor, digamos x , de sorte que $F_X(x) = q$, $q \in (0, 1)$.
 - d) Se $a=1$, qual é a distribuição de X?

2. Seja $X \sim \text{Gama}(r = 2, \lambda)$, $\lambda \in \mathcal{R}^+$. Responda os itens:
 - a) Prove que f_X de fato é uma densidade. Nota: você não pode usar o fato de que $X \sim \text{Gama}(2, \lambda)$.
 - b) Calcule a f.d.a de X e a escreva usando funções indicadoras.
 - c) Verifique que de fato F_X é uma legítima f.d.a. .
 - d) Calcule a moda, mediana, média e variância de X.
 - e) Calcule o valor, digamos x , de sorte que $F_X(x) = q$, $q \in (0, 1)$.

3. Seja $X \sim \text{Cauchy}(a, b = 1)$, $a \in \mathcal{R}^+$. Responda os itens:
 - a) Calcule a f.d.a de X e a escreva usando funções indicadoras.
 - b) Calcule a moda e a mediana de X.
 - c) Calcule o valor, digamos x , de sorte que $F_X(x) = q$, $q \in (0, 1)$.

4. Seja $X \sim \text{Gama}(r = 2, \lambda)$, $\lambda \in \mathcal{R}^+$ e considere $Y = X \mathbb{1}_{X \geq c}$, $c > 0$. Responda os itens:
 - a) Calcule a f.d.a de Y e a escreva usando funções indicadoras.
 - b) Calcule a f.d.p de Y.
 - c) Calcule a média e variância de X.

5. Suponha que a proporção de itens (questões) respondidos corretamente por um aluno da disciplina ME-310 numa prova do referido curso, segue a distribuição definida na Questão 1. Responda os itens:
- Em uma determinada prova da referida disciplina, qual a probabilidade de um aluno acertar pelo menos 80% das questões? E no máximo 90%? Entre 85% e 98%?
 - Qual o número esperado e a variância de itens respondidos corretamente por um aluno em uma prova com I itens ?
 - Suponha que na atual turma, em média, um aluno responde corretamente 95% dos itens. Qual é o valor do parâmetro a ?
6. Considere uma v.a.c. $X \sim \text{Beta}(a, b)$. Denote $\mathcal{E}(X) = \mu$ e $\mathcal{V}(X) = \sigma^2$. Suponha que você conheça $(\mu, \sigma^2)'$. Como você poderia obter $(a, b)'$ a partir dessa informação?
7. Suponha que a proporção de área danificada da folha de um determinado tipo de árvore quando atacada por um parasita, seja uma v.a. X de sorte que $X \sim \text{Beta}(2, 2)$. Responda os itens?
- Prove que f_X de fato é uma densidade. Nota: você não pode usar o fato de que $X \sim \text{Beta}(2, 2)$.
 - Calcule a f.d.a de X e a escreva usando funções indicadoras.
 - Calcule a moda, mediana, média e variância de X pela definição, sem usar o fato de que $X \sim \text{Beta}(2, 2)$.
 - Calcule o valor, digamos x , de sorte que $F_X(x) = q$, $q \in (0, 1)$.
8. Questões 1, 7, 14, 19, 31, 38 (Problems); 2, 8 (Theoretical Exercises) do Capítulo 5; Questões 1, 2 (Theoretical Exercises) do Capítulo 7; todas do livro: Sheldon Ross, a First Course in Probability.
9. Questões 3.3.10, 3.3.12, 3.3.13, 3.3.19, 4.1.8, 4.1.15 (itens i) e iii)) de Roussas, George G. A course in mathematical Statistics