

1. Resoluções/respostas corretas

(a) Temos que

$$Q(\phi) = \sum_{t=2}^n (Y_t - \phi Y_{t-1})^2 \rightarrow \frac{\partial Q(\phi)}{\partial \phi} = -2 \sum_{t=2}^n (Y_t - \phi Y_{t-1}) Y_{t-1} = -2 \sum_{t=2}^n Y_t Y_{t-1} + 2\phi \sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2$$
$$\rightarrow Q(\hat{\phi}) = 0 \rightarrow \hat{\phi} = \frac{\sum_{t=2}^n Y_t Y_{t-1}}{\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2}$$

Além disso, $\frac{d^2 Q(\phi)}{d\phi^2} = 2 \sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2$. Assim, $\frac{d^2 Q(\phi)}{d\phi^2} \Big|_{\phi=\hat{\phi}} > 0$

Alternativa correta: (i)

(b) Alternativa correta: (ii) (veja esses [slides](#))

(c) Alternativa correta: (ii) (veja esses [slides](#))

(d) Alternativas corretas: (ii), (iii) (veja esses [slides](#))

2. Resoluções/respostas corretas

(a) Alternativas corretas: (i), (iii) (veja esses [slides](#)).

(b) Alternativas corretas: (i), (iii) (veja esses [slides](#))

3. Resoluções/respostas corretas

(a) Alternativa correta: (iii) (veja esses [slides](#)).

(b) Alternativa correta: (i), (iv). Note que

$$\mathcal{E}(Y_t) = \theta\mathcal{E}(\epsilon_{t-1}) + \mathcal{E}(\epsilon_t) = \theta \times 0 + 0 = 0$$

$$\mathcal{V}(Y_t) = \theta^2\mathcal{V}(\epsilon_{t-1}) + \mathcal{V}(\epsilon_t) + 2\theta\text{Cov}(\epsilon_{t-1}, \epsilon_t) = \theta^2\sigma^2 + \sigma^2 + \theta \times 0 = \sigma^2(1 + \theta^2).$$

(c) Temos que:

$$\mathcal{E}(Y_t^2) = \mathcal{V}(Y_t) = \sigma^2(1 + \hat{\theta}^2) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t^2 \rightarrow \hat{\theta} = \sqrt{\frac{1}{n\sigma^2} \sum_{t=1}^n Y_t^2 - 1}$$

Alternativa correta: (i)

(d) Alternativa correta: (iv) (veja esses [slides](#)).

4. Resoluções

- (a) Pela Figura (a) temos indícios de média e variabilidade constantes, sem tendência (positiva ou negativa), o que sugere estacionariedade. Por outro lado, a FAC apresenta um decaimento exponencial, ao passo que a FACP apresenta, essencialmente, somente a primeira auto-correlação significativa. Assim, o modelo ajustado parece ser apropriado.
- (b) Na Figura 6 temos três “linhas” de gráficos. O gráfico da linha 1 indica aleatoriedade, média próxima de zero e variabilidade pouco variável ao longo do tempo. Isso sugere que o resíduo padronizado (RP) é um ruído branco (RB) com média 0 e variância constante. A ausência de auto-correlações significativas (linha 2 gráfico da esquerda) bem como os p-valores do gráfico da linha 3, reforça a conjectura do RP ser um RB. No gráfico da direita, linha 2, temos indicação de uma leve assimetria negativa dos RP's o que sugere que estes podem não ser Gaussianos. Assim, temos que o ajuste pode ser razoável mas alternativas devem ser investigadas.
- (c) Temos que os valores preditos para a ST (série temporal) observada, apesar de acompanhar seu comportamento, não estão próximos. Além disso, a predição para valores futuros, apesar do Intervalo de Previsão de maior amplitude conter os valores observados, as predições pontuais estão distantes das observadas. Assim, o modelo não se ajustou bem, sob o aspecto preditivo.
- (d) Pela Tabela 1, temos que o IC(95%) apresenta seu limite superior abaixo de 1. Assim, temos indicações que $|\phi| < 1$ e, conseqüentemente, que o processo é estacionário e causal.