

MA093 – Matemática básica 2

Polígonos regulares

Francisco A. M. Gomes

UNICAMP - IMECC

Agosto de 2018

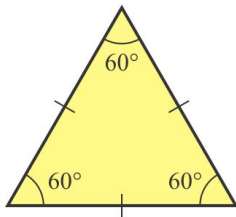
Tópicos importantes

O objetivo dessa aula é investigar

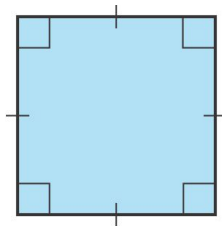
Polígonos regulares e

- 1 circunferências;
- 2 seus ângulos;
- 3 seus lados.

Polígono regular (como visto na aula sobre polígonos)



Triângulo regular
(triângulo equilátero)

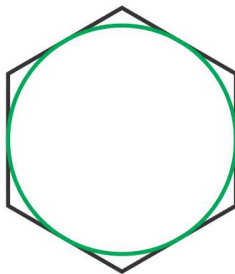
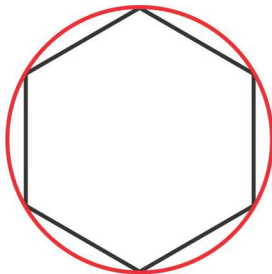


Quadrilátero regular
(quadrado)

Definições

Um polígono é **regular** se é convexo, equilátero e equiângulo.

Circunferências circunscrita e inscrita

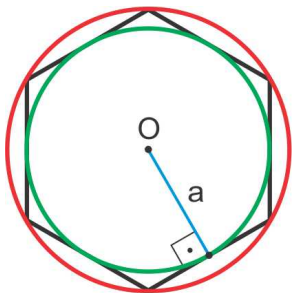


Teorema

Dado um polígono regular,

- há uma única circunferência que passa por todos os seus vértices (a circunferência circunscrita);
- há uma única circunferência nele inscrita.

Centro e apótema



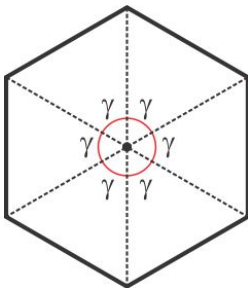
Definições

Dado um polígono regular,

- seu **centro** é o centro das circunferências inscrita e circunscrita;
- seu **apótema** é o segmento que liga o centro ao ponto médio de um de seus lados.

(O apótema é o raio da circunferência inscrita.)

Ângulos cêntricos

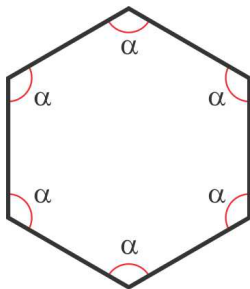


Teorema

Os ângulos cêntricos de um polígono regular com n lados medem

$$\gamma = \frac{360^\circ}{n}$$

Ângulos internos

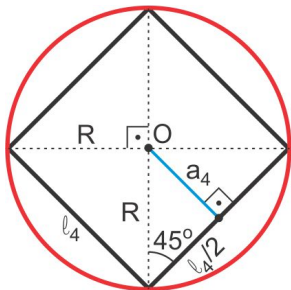


Teorema

Os ângulos internos de um polígono regular com n lados medem

$$\alpha = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$$

Lado e apótema do quadrado



Lado

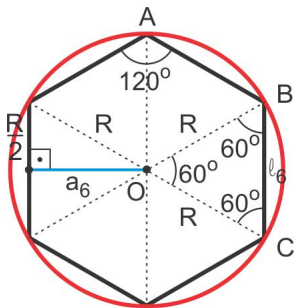
$$R^2 + R^2 = l_4^2 \Rightarrow l_4 = \sqrt{2R^2}$$

$$l_4 = R\sqrt{2}$$

Apótema

$$a_4 = l_4/2 \Rightarrow a_4 = R\sqrt{2}/2$$

Lado e apótema do hexágono



Lado

$$\widehat{ABC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{OBC} = 60^\circ$$

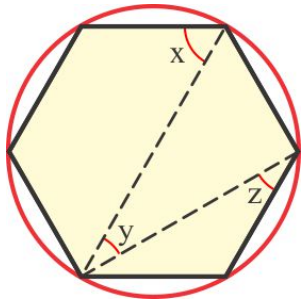
$$\triangle OBC \text{ é equilátero} \Rightarrow l_6 = R$$

Apótema

$$R^2 = (R/2)^2 + a_6^2 \Rightarrow a_6^2 = 3R^2/4$$

$$a_6 = R\sqrt{3}/2$$

Exercício 1



$$x = 60^\circ, y = 30^\circ, z = 30^\circ$$

Ângulos

Determine as medidas dos ângulos x , y e z da figura, sabendo que o hexágono é regular.

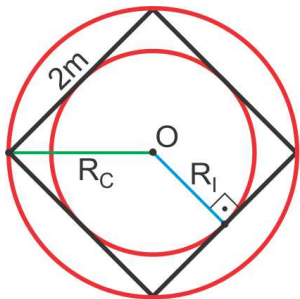
Exercício 2

Ângulos

Determine o número de lados do polígono regular cujos ângulos internos medem 140° .

9 (trata-se do eneágono)

Exercício 3



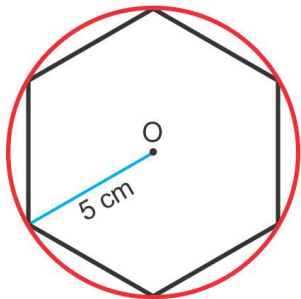
Quadrado e circunferências

Se um quadrado tem 2 m de lado, qual é a razão entre o raio da circunferência circunscrita e o da circunferência inscrita?

$$l_4 = R_C \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad R_C = l_4 / \sqrt{2} = 2 / \sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$R_I = a_4 = l_4 / 2 = 1 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_C}{R_I} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}.$$

Exercício 4

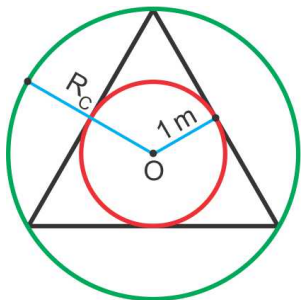


Hexágono e circunferência

Determine o perímetro de um hexágono regular inscrito em uma circunferência com 5 cm de raio.

$$l_6 = R = 5 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad p = 6l_6 = 6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}$$

Exercício 5



Triângulo e circunferências

Determine o comprimento do lado de um triângulo equilátero circunscrito a uma circunferência com 1 m de raio.

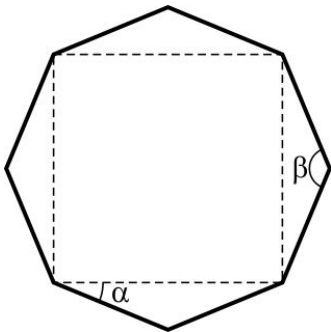
$$R_I = a_3 = 1 \text{ m} \Rightarrow a_3 = R_C/2 \Rightarrow R_C = 2a_3 = 2 \text{ m}$$

$$\ell_3 = R_C\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ m}$$

Exercício 6

Octógono regular

A figura abaixo mostra um octógono regular. Determine α e β .



$$\alpha = 22,5^\circ \quad \beta = 135^\circ$$

Exercício 7

Traçado de figuras geométricas

Usando régua e compasso, desenhe a circunferência inscrita e a circunferência circunscrita a um hexágono de lado 3 cm.