

Uma proposta de diagnóstico médico por meio de relações *fuzzy*

Lazaro Rodrigo de Marins and Magda da Silva Peixoto

DFQM, Universidade Federal de São Carlos, 18052-780, Sorocaba/SP, Brasil
{lazarodrigo@gmail.com,magda@ufscar.br}

Abstract. Neste trabalho utilizamos equações relacionais *fuzzy* para propor um modelo de diagnóstico médico. Especificamente nesse caso, os pacientes foram submetidos ao vírus do mosquito *Aedes Aegypti*, os quais podem ser diagnosticados com dengue, chikungunya ou zika. A idéia básica é relacionar os sintomas ou sinais de pacientes com essas três doenças.

Keywords: relações *fuzzy*; *Aedes aegypti*; dengue; chikungunya; zika.

1 Introdução

Com o grande volume de informações provenientes de novas tecnologias médicas utilizadas pelos clínicos, o processo de classificar diferentes tipos de sintomas por meio de um único nome e determinar o tratamento adequado se mostra um pouco complicado. Uma doença pode se manifestar em estágios diferentes em pacientes diferentes. Assim, o conhecimento médico em relação ao sintomas-doença pode gerar dúvidas, incerteza e imprecisão no processo de diagnóstico. Uma alternativa para propor um modelo de diagnóstico médico é utilizar a Lógica *Fuzzy* ([4], [5],[7]).

A Lógica *Fuzzy*, com base na Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, introduzida em 1965 por Lofti A. Zadeh [8], tem se mostrado muito adequada para tratar incertezas da informação. De forma mais objetiva e preliminar, podemos definir essa lógica como sendo uma ferramenta capaz de capturar informações vagas, em geral descritas em uma linguagem natural e convertê-las para um formato numérico, de fácil manipulação pelos computadores de hoje em dia. Pode ser também definida como a lógica que suporta os modos de raciocínio que são aproximados, ao invés de exatos, baseada na Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* diferindo dos sistemas lógicos tradicionais. Nesta lógica, o raciocínio exato corresponde a um caso limite do raciocínio aproximado, interpretado assim, como um processo de composição difusa ([2], [4]). Uma das vantagens do uso da Lógica *Fuzzy* em sistemas dedutíveis é a possibilidade de gerar uma saída lógica a partir de um conjunto de entradas com informações vagas e imprecisas. Neste aspecto, os sistemas *fuzzy* auxiliam para que as decisões tomadas pela máquina se aproximem cada vez mais das decisões humanas ([1], [2], [4], [5], [7], [9]).

[1] propuseram uma modelagem matemática *fuzzy* para diagnóstico médico. Em [1], tratava-se de doenças infantis, quatro pacientes com onze diferentes sintomas e quatro possíveis doenças.

Aqui, propomos um modelo matemático de diagnóstico médico por meio de equações relacionais *fuzzy* para três possíveis doenças: dengue, chikungunya ou zika. Contamos com o auxílio de uma enfermeira padrão que colaborou de forma anônima. Esse modelo foi utilizado para cinco pacientes, que podem apresentar dez sintomas (febre, mialgia/artralgia, edema das extremidades, exantema maculopapular, dor retroorbital, hiperemia conjuntival, linfadenopatia, hepatomegalia, leucopenia/trombocitopenia e hemorragia) com diferentes graus de intensidade, de acordo com Boletim Epidemiológico do Ministério da Saúde [6].

2 Equações relacionais *fuzzy*

Definição 1. Uma *relação fuzzy* R sobre $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ é qualquer subconjunto *fuzzy* de $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Assim, uma *relação fuzzy* é definida por uma função de pertinência $\varphi_R : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \rightarrow [0, 1]$.

Se o produto cartesiano for formado por apenas dois conjuntos $U_1 \times U_2$, a relação é chamada de *fuzzy binária* sobre $U_1 \times U_2$.

Definição 2. O *produto cartesiano fuzzy* dos subconjuntos *fuzzy* A_1, A_2, \dots, A_n de U_1, U_2, \dots, U_n , respectivamente, é a *relação fuzzy* $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n} = \varphi_{A_1} \wedge \varphi_{A_2} \wedge \dots \wedge \varphi_{A_n},$$

onde \wedge representa o mínimo.

A composição entre relações é de importância fundamental para nossa proposta de modelo de diagnóstico médico. Aqui, apresentaremos uma composição tradicional em Lógica *Fuzzy*.

Definição 3. Considere R e S duas relações *fuzzy* binárias em $U \times V$ e $V \times W$, respectivamente. A *composição* $R \circ S$ é uma *relação fuzzy* binária em $U \times W$ cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_{R \circ S}(x, z) = \sup_{y \in V} [\min(\varphi_R(x, y), \varphi_S(y, z))].$$

Quando os conjuntos U, V e W são finitos, então a forma matricial da relação $R \circ S$, dada pela composição [max-min], é obtida como uma multiplicação de matrizes, substituindo-se o produto pelo mínimo e a soma pelo máximo [1].

As equações relacionais *fuzzy* tratam de achar a forma matricial de uma relação *fuzzy* binária, a partir de duas outras conhecidas. As *equações relacionais fuzzy* de interesse aqui têm a forma

$$R \circ S = X$$

onde R e S são as formas matriciais das relações *fuzzy* binárias dadas e X a forma matricial de uma relação *fuzzy* incógnita a ser encontrada.

3 O modelo matemático

Para um diagnóstico médico, a idéia básica é relacionar os sintomas e sinais de pacientes com as possíveis doenças, de acordo com os conhecimentos de um especialista. Esses dados irão compor a base de conhecimentos que serão expressos por meio de relações *fuzzy*. Essa aplicação pode ser resumida no sistema de entrada (sintomas) e saída (diagnóstico) [1].

Considere os seguintes conjuntos universais: U é o conjunto dos pacientes, V o conjunto dos sintomas e W o conjunto das doenças.

Em [6] está disponível uma tabela com sintomas e sinais em comum entre dengue, chikungunya e zika e os respectivos graus de intensidade com que cada sintoma está relacionado com cada doença (ver Tabela 1).

Table 1. Sinais e sintomas em comum entre dengue, chikungunya e zika. Fonte: [6]

Sinais e sintomas	Dengue	Chikungunya	Zika
Febre	++++	+++	+++
Mialgia/artralgia	+++	++++	++
Edema das extremidades	ausente	ausente	++
Exantema maculopapular	++	++	+++
Dor retroorbital	++	+	++
Hiperemia conjuntival	ausente	+	+++
Linfadenopatia	++	++	+
Hepatomegalia	ausente	+++	ausente
Leucopenia/trombocitopenia	+++	+++	ausente
Hemorragia	+	ausente	ausente

De acordo com a Tabela 1, definimos $s_1 =$ febre, $s_2 =$ mialgia/artralgia, $s_3 =$ edema das extremidades, $s_4 =$ exantema maculopapular, $s_5 =$ dor retroorbital, $s_6 =$ hiperemia conjuntival, $s_7 =$ linfadenopatia, $s_8 =$ hepatomegalia, $s_9 =$ leucopenia/trombocitopenia e $s_{10} =$ hemorragia, e os diagnósticos $d_1 =$ dengue, $d_2 =$ chikungunya e $d_3 =$ zika.

Agora, faz-se necessário ter o conhecimento dos graus de pertinência de cada sintoma com relação a cada doença, e para isso fizemos a conversão dos símbolos da Tabela 1 para os valores pertencentes ao intervalo $[0, 1]$, isto é, cada símbolo “+” equivale a 0,25 e, dessa forma, elaboramos a Tabela 2.

Com o auxílio de uma especialista (enfermeira padrão), que colaborou de forma anônima) foi construída a Tabela 3 com os dados de cinco pacientes P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5 , com os respectivos sintomas $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9$ e s_{10} , ou seja, para cada sintoma foi atribuído um grau de pertinência (valor entre 0 e 1) relativo aos cinco pacientes.

Esses dados, irão compor a base de conhecimento que serão expressos por meio de equações relacionais *fuzzy*.

A partir das relações *fuzzy* S e R é possível obter o diagnóstico médico de cada paciente, ou seja, como o modelo matemático que adotamos para diagnosticar

Table 2. Matriz da Relação R : sintomas e doenças.

sintoma (s) \ doença (d)	d_1	d_2	d_3
s_1	1	0,75	0,75
s_2	0,75	1	0,5
s_3	0	0	0,5
s_4	0,5	0,5	0,75
s_5	0,5	0,25	0,5
s_6	0	0,25	0,75
s_7	0,5	0,5	0,25
s_8	0	0,75	0
s_9	0,75	0,75	0
s_{10}	0,25	0	0

Table 3. Relação *fuzzy* S : pacientes x sintomas.

Paciente (P) \ (s)	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}
P_1	0,9	0,5	0	0,1	0,2	0,1	0,3	0,2	0,4	0
P_2	0,7	1	0	0,2	0,3	0,3	0,5	0,5	0,2	0
P_3	0,6	0,5	0,2	0,9	0,1	0,8	0,3	0	0	0,4
P_4	0,3	0,1	0,4	0,8	0,9	0,2	0,1	0,1	0,4	0,1
P_5	1	0,8	0	0,4	0,8	0	0	0	0,8	0

foi $S \circ R$, então obteremos o grau da doença para cada paciente, de acordo com a fórmula,

$$D = S \circ R,$$

ou seja, supondo $S = [s_{ij}]$, $R = [r_{jk}]$ e $D = [d_{ik}]$, então, para obter o grau da doença para cada paciente, de acordo com a fórmula,

$$d_{ik} = \max_{1 \leq j \leq 10} [\min[s_{ij}, r_{jk}]]$$

para cada $i = 1, \dots, 5$ e $k = 1, \dots, 3$.

4 Resultados e Conclusões

Desejamos obter uma relação fuzzy D , de modo que $S \circ R = D$, onde R e S são, respectivamente, as representações matriciais das relações fuzzy dos sintomas característicos de cada paciente e do grau com que cada sintoma está relacionado com cada doença dadas em $U \times V$ e $V \times W$, respectivamente.

Nossa base de conhecimento é composta pelas relações *fuzzy* R e S , cujas matrizes são representadas nas tabelas 2 e 3.

Assim, a matriz resultante D , representada na Tabela 4, é formada pelos graus de cada uma das doenças apresentadas pelos pacientes, pois S é uma relação em $U \times V$ (pacientes x sintomas), R é uma relação em $V \times W$ (sintomas x doenças) e, consequentemente, a composição resulta em uma relação $U \times W$ (pacientes x doenças).

Table 4. Relação *fuzzy* D : paciente x doença

sintoma doença	d_1	d_2	d_3
P_1	0,9	0,75	0,75
P_2	0,75	1	0,7
P_3	0,6	0,6	0,75
P_4	0,5	0,5	0,75
P_5	1	0,8	0,75

Na tabela acima, as linhas são os pacientes considerados e as colunas são as doenças, ou seja, os diagnósticos de cada paciente. Notamos na tabela, que o paciente P_1 , pelo modelo aqui proposto, tem maior possibilidade de estar com dengue (d_1), pois possui grau de pertinência 0,9, enquanto que chikungunya e zika apresentam ambas 0,75 de grau de pertinência. O paciente P_2 pode estar com chikungunya (d_2) com grau de pertinência 1. P_3 e P_4 , ambos com grau de pertinência 0,75 tem maior possibilidade de ser diagnosticado com zika. Já o paciente P_5 tem grande chance se estar com dengue, com grau 1 de pertinência.

De acordo com a especialista (enfermeira padrão), os resultados condizem com diagnósticos estabelecidos em sua rotina de trabalho. Destaca ainda a coerência da proximidade dos valores dos graus de pertinência nos resultados de diagnósticos aqui propostos, devido à semelhança de alguns sintomas presentes nas três doenças estipuladas na pesquisa. E mostrou-se muito satisfeita com os resultados da pesquisa, pois conhecia os diagnósticos dos cinco pacientes e o modelo aqui proposto apresentou um acerto de 100% em relação aos diagnósticos dos pacientes.

Notamos ainda que a resposta da composição também é um conjunto *fuzzy*, pois fornece uma distribuição de possibilidades do paciente no conjunto de doenças, uma vez que ele apresenta uma certa distribuição de possibilidades no conjunto de sintomas. Outra propriedade importante da relação *fuzzy* é que à medida que se obtém diagnósticos de novos pacientes, estes podem ser incluídos na base de conhecimentos aumentando assim a capacidade de se obter mais diagnósticos por meio de relações *fuzzy*, tal como faz o médico ([1], [3], [5]).

Portanto, a Lógica Fuzzy mostrou-se uma ferramenta matemática adequada e de grande importância para abordar problemas de Biomedicina, particularmente em Epidemiologia. Apresenta uma estrutura útil, de aplicabilidade real e efetiva.

Agradecimentos. O primeiro autor agradece à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão de bolsa de Mestrado. Os autores agradecem a enfermeira padrão que colaborou de forma anônima.

References

1. Barros, L.C., Bassanezi, R.C.: Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática, Coleção Textos Didáticos, 5, IMECC–UNICAMP, Campinas/SP (2010).

2. Gomide, F.A.C., Gudwin, R.R.: Modelagem, Controle, Sistemas e Lógica Fuzzy, *Controle & Automação* 4 97–115 (1994).
3. Jafelice, R.S.M., Barros, L.C., Bassanezi, R.C.: Usando a Teoria dos Conjuntos Fuzzy na Modelagem de Fenômenos Biológicos, *Simpósio de Aplicação em Lógica Fuzzy – Mini Curso* (2008).
4. Manchini, D.P., Pappa, G.L.: Lógica Difusa: Lógica Fuzzy Aplicada à Medicina, [urlhttp://www.din.uem.br/ia/intelige/fuzzy/index.htm/](http://www.din.uem.br/ia/intelige/fuzzy/index.htm/) Acesso em: 21/05/2016.
5. Massad, E., Ortega, N.R.S., Barros, L.C., Struchiner, C.J.: *Fuzzy Logic in Action: Applications in Epidemiology and Beyond*, Springer, Berlin (2008).
6. Ministério da Saúde BRASIL: Febre pelo Zika: uma revisão narrativa sobre a doença, *Boletim Epidemiológico* (46), (2015).
7. Ortega, N.R.S.: *Aplicação da teoria de Conjuntos Fuzzy a Problemas da Medicina*, USP, São Paulo/SP, Brasil (2001).
8. Zadeh, L.A.: Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8, 338–353 (1965).
9. Zadeh, L.A.: Fuzzy Logic, *IEEE Computer*, 83–92 (1988).