Explorando o Princípio da Extensão de Zadeh

Fabiano Costa D'Ávila, Karine Faverzani Magnago

Universidade Federal de Santa Maria, Curso de Matemática
fabianodavila95@gmail.com, kamagnago@gmail.com

Abstract. Esse trabalho é um estudo do Princípio da Extensão de Zadeh aplicado a funções reais de uma variável, com o objetivo de construir gráficos que ilustrem o mesmo. São apresentados dois resultados, um para uma função crescente e outro para uma decrescente.

Keywords: Teoria de Subconjuntos *Fuzzy*, Princípio da Extensão de Zadeh, Representação Gráfica.

1 Introdução

Conjuntos *Fuzzy* são usados para modelar certas informações, as quais não estão claras, ou seja, podem ser abordados como uma representação do impreciso. Neste estudo nos detemos no Princípio da Extensão de Zadeh. Dada uma função f: $X \rightarrow Z$, esta definição relata como deve ser a imagem de um subconjunto *fuzzy* A de X por meio de f. É de se esperar que esta imagem seja um subconjunto *fuzzy* de Z.

O objetivo do trabalho é contribuir na compreensão do Princípio da Extensão, evidenciando suas características gráficas. Trata-se de um trabalho de iniciação científica.

Neste momento, estamos realizando estudos analíticos e construindo representações gráficas para algumas funções.

2 Principais Conceitos Utizados e Metodologia

Conforme a literatura adotada para a realização desse trabalho, segundo Barros e Bassanezi[1], "Estender conceitos da teoria de conjuntos clássica para a teoria de conjuntos fuzzy é uma necessidade constante". Por isso, apresentamos a definição para o Princípio de Extensão de Zadeh, e o teorema para funções contínuas.

Definição: (Princípio da Extensão de Zadeh)

Seja a função real de uma variável $f : X \rightarrow Z$ e $\hat{A}$ um subconjunto *fuzzy* de X. A Extensão de Zadeh de f é a função $\hat{f}$ que, aplicada a $\hat{A}$, fornece o subconjunto *fuzzy* $\hat{f}(\hat{A})$ de Z, cuja função de pertinência é dada por:

$$\varphi_{\hat{f}(\hat{A})}(z) = \begin{cases} \sup\limits_{\{x:f(x)=z\}} \varphi_{\hat{A}}(x), & se \ \{x: f(x) = z\} \neq \emptyset \\ 0, & se \ \{x: f(x) = z\} = \emptyset \end{cases}.$$

Teorema: Sejam *f*: $X \rightarrow Z$ uma função contínua e A um subconjunto *fuzzy* de X. Então, para todo $\alpha \in [0, 1]$ vale:

$$[\hat{f}(A)]^{\alpha} = f([A]^{\alpha}).$$

Este trabalho está sendo realizado de acordo com a literatura abordada, seu desenvolvimento está sendo implementado por meio de um *software* matemático.

3 Resultados e Discussões

Até o presente momento os resultados obtidos foram satisfatórios. O primeiro resultado que destacamos é o cálculo da Extensão de Zadeh da função $f(x) = e^x$ para o subconjunto *fuzzy* triangular (0,3 ; 1 ; 1,7), o qual está representado na figura 1. A; da mesma forma para a função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, com o mesmo subconjunto (0,3 ; 1 ; 1,7), representado na figura 1. B.

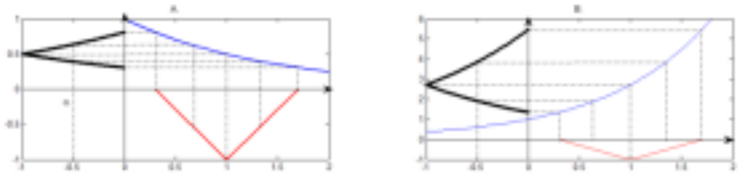

Fig. 1. Imagem da Extensão de Zadeh (preto) aplicada no subconjunto *fuzzy* triangular (0,3; 1; 1,7) (vermelho) para as funções: **A**. $f(x) = e^x$; **B**. $f(x) = (1/2)^x$ (azul)

Para a função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, após seu desenvolvimento analítico, obtemos os $\alpha - níveis$ da $\hat{f}$ dados por:

$$[\hat{f}(A)]^{\alpha} = [f(x_2^{\alpha});\ f(x_1^{\alpha})] = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-0,7\alpha+1,7} ;\ \left(\frac{1}{2}\right)^{0,7\alpha+0,3}\right]$$

em que $[A]^{\alpha} = [x_1^{\alpha};\ x_2^{\alpha}]$.

Observamos que para a função crescente existe uma correspondência direta entre os extremos dos intervalos que determiam os α-níveis, ou seja: $f([x_1^{\alpha}; x_2^{\alpha}]) = [f(x_1^{\alpha});\ f(x_2^{\alpha})]$, enquanto na decrescente tem-se uma correspondência invertida: $f([x_1^{\alpha}; x_2^{\alpha}]) = [f(x_2^{\alpha});\ f(x_1^{\alpha})]$.

Referências

1. Barros, L.C., Bassanezi, R.C.**,** Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática. UNICAMP/IMECC, Campinas (2006)
2. Buckley, J. J., Eslami, E., Feuring, T. Fuzzy Mathematics in Economics and Engineering. Physical-Verlag, New York, (2002)
3. Nicoletti, M.C., Camargo, H.A., Fundamentos da Teoria de Conjuntos *Fuzzy*. EdUFSCar, São Carlos (2004)