

Princípio de Extensão Multivariável de Zadeh para a Variável de Decisão de um Plano de Radioterapia de Intensidade Modulada

Ana Maria A. Bertone * e Rosana S. Motta Jafelice

FAMAT, Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2121/1F,
Uberlândia, MG 38.408-902, Brazil

Resumo Um planejamento de Radioterapia de Intensidade Modulada é desenvolvido com o objetivo de escolher a intensidade da radiação de acordo com um peso associado ao grau do ângulo adotado para o feixe de radiação. Para atingir um plano de radiação de qualidade, a intensidade do feixe de radiação é uma decisão crucial para o especialista. O valor do peso de cada grau do ângulo varia de acordo com a experiência de cada profissional da área médica. Para incorporar essas opiniões na modelagem, os pesos são considerados como números fuzzy trapezoidais. São utilizadas restrições que minimizam a radiação em regiões do corpo que não são afetadas pela doença. Para obter a solução ótima é utilizado o Princípio de Extensão Multivariável de Zadeh dos números fuzzy através de uma função vetorial objetivo. Simulações numéricas fornecem um Histograma de Dose-Volume que contém várias opções de escolha para um plano de radioterapia, matematicamente ótimo.

Palavras-chave Radioterapia de Intensidade Modulada; Otimização Vetorial; Princípio de Extensão Multivariável de Zadeh

1 Introdução

A Radioterapia de Intensidade Modulada (Intensity-modulated Radiation Therapy, IMRT em inglês) é um modo avançado de alta precisão que usa um método computacional de controle por acelerador linear (computer-controlled linear accelerators, LINAC em inglês) para providenciar doses de radiação a um tumor maligno ou para áreas específicas que envolvem o tumor. Um acelerador linear irradia uma alta energia de raios X adaptado ao formato do tumor, com o objetivo de destruir células cancerígenas enquanto partes não afetadas são também irradiadas. A vantagem do acelerador linear é a possibilidade de pré-programar medidas de segurança que permitem minimizar a quantidade de dose de radiação sobre as partes normais do corpo não afetadas pela doença [1].

A IMRT tem se convertido em um procedimento clínico padrão para o tratamento de muitos tumores, incluindo o de próstata, de cabeça e pescoço, pâncreas,

* *E-mail: amabertone@ufu.br

pulmões, fígado, de cérebro assim como linfomas (do sistema linfático) e sarcomas (neoplasias).

O tipo de IMRT de radiação externa usa múltiplos feixes com diferentes direções, de forma de atravessar completamente o volume de tumor envolvido na região do corpo. Por essa razão é que a IMRT possui um plano que reconhece a geometria dos feixes nas diferentes direções. Assim, uma das decisões cruciais da equipe médica é a de selecionar um plano de radiação que contenha: as especificações da relevância (peso) de cada direção, as intensidades associadas a cada grau, as correspondentes doses e sua evolução durante a radiação; que se reflete no Histograma de Dose-Volume (HDV), como validação [2]. O objetivo deste estudo é sugerir um planejamento de IMRT através de uma otimização vetorial com função objetivo linear, onde os pesos das direções dos feixes de radiação são considerados como números fuzzy trapezoidais. O Princípio de Extensão de Zadeh aplicado aos pesos através da função vetorial objetivo é utilizado para decidir os valores ótimos, de grau de pertinência um. Destacamos que o Princípio de Extensão de Zadeh envolve neste estudo cinco parâmetros fuzzy, representando uma extensão multivariável [3]. A função objetivo vetorial possui quatro componentes lineares, representando as doses totais e máximas de cada parte da anatomia envolvida na radiação. As imagens das n -uplas de valores, formados pelos elementos dos universos correspondentes, são obtidas através de uma otimização vetorial que utiliza o toolbox de otimização do software Matlab®. Em particular, o aplicativo “fminimax” usado nesta otimização, aplica o método quadrático sequencial (SQP, em inglês) proposto por [5] para resolver o problema que, no nosso estudo, é linear também nas restrições.

Relacionado com este trabalho, como fontes de informações, citamos os artigos de Olafsson e Wright [4] e Chu et al. [6]. Em [4] é formulada uma programação linear robusta para uma IMRT na qual a incerteza na matriz das doses é tomada explicitamente, de forma que os números esperados de mínimos e máximos das doses nas regiões do tumor podem ser controlados por métodos estatísticos. No artigo [6] é apresentado um modelo de IMRT probabilístico, utilizando técnicas de otimização robusta para um caso de câncer de próstata, cujas informações foram exploradas neste estudo.

Diferente da abordagem desta pesquisa, se tem utilizado amplamente na literatura a metodologia fuzzy no estudo de IMRT, de forma de obter planejamentos similares aos obtidos nesta proposta. Para citar alguns dos trabalhos, Lodwick et al. [7] consideram dois modelos de incerteza, um fuzzy-possibilístico e outro baseado na teoria fuzzy da surpresa; Stieler et al. [8] desenvolvem uma técnica de aprendizagem de máquina, baseado em um sistema de inferência fuzzy neuro adaptativo (ANFIS); Lee et al. [9] constroem um sistema baseado em regras fuzzy, através de três diferentes sistemas de controle fuzzy para a terapia de câncer de cabeça e pescoço; Papageorgiou et al. [10] introduzem uma abordagem de mapas cognitivos fuzzy como método computacional para modelagem de uma IMRT.

Este trabalho está organizado a seguir em quatro seções: na seção 2 são apresentadas as preliminares da teoria da extensão fuzzy multivariável; o mo-

delo matemático da IMRT é detalhado na seção 3; as simulações numéricas e resultados são ilustrados na seção 4; as conclusões na seção 5.

2 Princípio de Extensão Multivariável de Zadeh

O Princípio de Extensão de Zadeh é um conceito amplamente conhecido na área de estudo da teoria dos conjuntos fuzzy e suas aplicações inúmeras. Neste estudo tem sido utilizado com eficiência o caso multivariável da extensão, detalhado na Definição 2.1 [12].

Definição 2.1 Seja X o produto cartesiano finito de universos da forma

$$X = X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_r,$$

Y outro universo e f uma função definida de X em Y tal que $y = f(x_1, \dots, x_r)$. Seja a n -upla, $A = (A_1, A_2, \dots, A_r)$, de conjuntos fuzzy A_i , definido no universo correspondente X_i com funções de pertinência μ_{A_i} , para todo $i = 1, \dots, r$.

Denotando por \wedge uma t -norma [13], definimos um conjunto fuzzy $\hat{f}(A)$ com universo em Y e com função de pertinência $\mu_{\hat{f}(A)}$ dada por

$$\mu_{\hat{f}(A)}(y) = \begin{cases} \sup_{\{f(x_1, x_2, \dots, x_r) = y\}} \mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{A_2}(x_2) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_r}(x_r), & \text{se } \{f(x) = y\} \neq \emptyset \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (1)$$

chamado de extensão de Zadeh da n -upla fuzzy $A = (A_1, A_2, \dots, A_r)$ através de f .

No caso deste estudo, os universos X_i , $i = 1, \dots, r$ é o conjunto de números reais e o universo Y é \mathbb{R}^4 , pois os pesos considerados como parâmetros fuzzy são números fuzzy trapezoidais e as componentes da função vetorial f são funções reais. Além disso, a t -norma utilizada é a do mínimo.

A Proposição 2.1, enunciada a seguir, é importante para a obtenção dos resultados das seções 3 e 4.

Proposição 2.1 Nas condições da Definição 2.1, com $X = \mathbb{R}^r$ e a hipótese de que a função $f : X \rightarrow Y$ é injetora, temos que

$$\mu_{\hat{f}(A)}(y) = \mu_{\bigcap_{i=1}^r \hat{f}(A_i)}(y), \text{ para todo } y \in Y. \quad (2)$$

3 O modelo da IMRT

É bem conhecido [1] que as direções coplanares dos feixes são obtidos rotacionando a torre de radiação (gantry, em inglês), o que faz limitar o número de direções da torre de radiação de 5 a 8 ângulos. Na Figura 1 é mostrado a torre de radiação e as componentes.

Dessa forma, se evitam erros computacionais do LINAC, provenientes das mudanças de posições do paciente, além de otimizar o tempo de exposição à

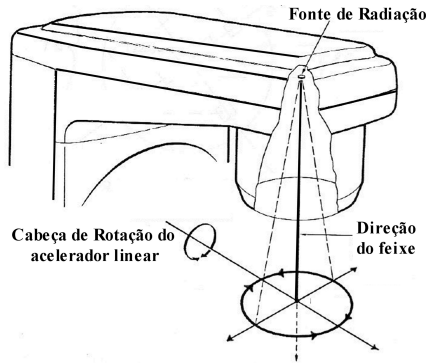


Figura 1. A torre de radiação e as componentes [11].

radiação [14]. No modelo proposto neste estudo são considerados cinco direções, 0° , 72° , 144° , 216° e 288° , baseados nas informações de [6]. Os ângulos foram selecionados por um experto na área e a solução do modelo é o valor das intensidades associadas aos ângulos. Além disso, a cada ângulo se associa um peso que colabora na precisão do plano de radiação no cálculo da intensidade.

Uma vez obtida uma imagem da região afetada pela doença através, por exemplo, de uma tomografia computadorizada, localizar na anatomia os pontos a serem irradiados e a dose a ser ministrada, não é uma tarefa simples. Esta comporta uma equipe multidisciplinar que, em conjunto, elabora o melhor plano de radiação [14]. Cada ponto da anatomia é representada por um paralelepípedo, chamado de “voxel”, expressão tridimensional do correspondente formato bidimensional, o conhecido “pixel”. As medidas do voxel são determinadas pelo espaçamento dos pontos da anatomia. No modelo estudado foram considerados 6.500 voxels para um plano de radiação de um tumor de próstata, que envolve um órgão vital como é a bexiga. Nesse planejamento o conjunto dos voxels são particionados em quatro volumes que são: o volume alvo \mathcal{T} , o volume crítico \mathcal{C} e uma ampla região de tecido normal, \mathcal{N} , e o volume dos órgãos vitais. Os voxels do volume crítico \mathcal{C} são aqueles que fazem parte de uma estrutura perimetral ou de fronteira, contendo o tumor que, particularmente, o plano irá impor uma dose importante de radiação afim de eliminar possíveis ramificações. Os voxels do volume normal são constituídos por a parte do corpo do paciente que, em princípio, não estariam, afetados pelo tumor. O ideal é que os voxels do volume normal recebam pouca ou nenhuma radiação [15]. Finalmente, os voxels do volume dos órgãos vitais que são aqueles voxels que contém imagens de partes desses órgãos.

Na maioria das abordagens para o planejamento do tratamento IMRT se consideram pesos para cada direção. Neste trabalho, o vetor de pesos dos feixes é dado por:

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5), \quad (3)$$

em que os α_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$, são os pesos correspondentes aos ângulos 0° , 72° , 144° , 216° e 288° , respectivamente. Em consequência, as intensidades de radiação y_i em cada direção vem dadas por

$$y_i = \alpha_i x_i, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, \quad (4)$$

sendo x_i o valor da intensidade de radiação em cada direção sem considerar o peso. A dose total sem consideração do peso da direção, D_v , recebida por um voxel é a soma das doses depositadas a partir de cada feixe de radiação [15], ou seja, a dose total em cada voxels é dada de forma linear por

$$D_v = \sum_{i=1}^5 d_i x_i,$$

em que d_i é a dose estimada pelo especialista. Portanto, se $n_{\mathcal{T}}$ representa o número de voxels do volume alvo, a dose total para esse volume, $D_{V_{\mathcal{T}}}$, é

$$D_{V_{\mathcal{T}}} = \sum_{i=1}^5 n_{\mathcal{T}} d_i x_i.$$

Baseado nas informações apresentadas em [6], as doses são independentes da direção e portanto, a dose total se torna

$$D_{V_{\mathcal{T}}} = n_{\mathcal{T}} d_{\mathcal{T}} \sum_{i=1}^5 x_i \quad (5)$$

em que $d_{\mathcal{T}}$ é a dose sugerida para o volume alvo. De maneira análoga a (5), se calcula as doses totais dos outros três volumes.

O plano de tratamento deve incluir os principais valores que são: a dose mínima de prescrição, o nível necessário para voxels do volume alvo, e a dose máxima de tolerância, que é o nível acima do qual podem ocorrer complicações, para os voxels do volume normal e do volume dos órgãos vitais. Os requisitos são agrupados em restrições de “volume total” [14], que especificam limites de doses satisfeitas por todos os voxels de uma estrutura.

Detalhando o modelo matemático e seguindo alguns dos dados fornecidos em [6], são considerados 6.500 voxels e dose máximas para cada volume na medida “Gray” (Gy) [16] nos valores mostrados na Tabela 1.

Tipo de Volume	Dose Máxima (em GY)	Número de Voxels
Volume Alvo	82.8*	4.500
Volume Crítico	82.8**	2.000
Volume Normal	72.0	1.000
Órgão	81.0	1.500

Tabela 1. Os dados utilizados na modelagem [6]; * dose uniforme; ** 50% da dose uniforme.

A partir dos dados da Tabela 1 e utilizando a expressão (5), é definida a função vetorial objetivo $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3, f_4)$ como

$$\begin{aligned} f_1 &= 82,8 \cdot 4.500(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5), \\ f_2 &= 82,8 \cdot 2.000(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5), \\ f_3 &= 72 \cdot 1.000(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5), \\ f_4 &= 81 \cdot 1.500(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5). \end{aligned} \quad (6)$$

Considerando as intensidades $y_i = \alpha_i x_i$ tomando valores entre 0 e 1, obtemos as restrições para as intensidades sem peso como

$$0 \leq x_i \leq \frac{1}{\alpha_i}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (7)$$

Da equação (7), obtemos a restrição para a intensidade máxima sem peso como sendo

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \frac{1}{\alpha_4} + \frac{1}{\alpha_5} = \beta. \quad (8)$$

Denotando por v_1 o vetor formado pelas primeiras quatro linhas do vetor independente das restrições, v , cujas entradas são conhecidas como “volume total”, se obtém

$$v_1 = \left(\frac{82,8 \cdot \beta \cdot 6.500}{4.500 \cdot 82,8 + 2.000 \cdot 82,8 + 1.000 \cdot 72 + 1.500 \cdot 81}, \beta, \frac{82,8 \cdot \beta}{72}, \frac{82,8 \cdot \beta}{81} \right)^t. \quad (9)$$

Considerando a matriz identidade $I_{5 \times 5}$, a matriz \mathcal{O} como o vetor nulo das doses mínimas, denotando $X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ e $\mathbf{1}$ como a matriz definida por

$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

a formulação final do problema de otimização é dado por

$$\min \mathbf{f}(X)$$

sob as restrição matricial em X (10)

$$\mathcal{O} \leq \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} X \leq \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}.$$

Destacamos que o problema de otimização (10) está formulado em função da escolha da cinco-upla de pesos $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)$. Em termos de metodologia, é formulado uma família de problemas de otimização do tipo (10) que se transforma em,

$$\min \mathbf{f}(X^j)$$

sob as restrição matricial em X^j (11)

$$\mathcal{O} \leq \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} X^j \leq \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}.$$

com $j \in \mathcal{Y}$, em que \mathcal{Y} é um conjunto de contagem do conjunto

$$\{(\alpha_1^j, \alpha_2^j, \alpha_3^j, \alpha_4^j, \alpha_5^j)\} \in [\delta, 1)^5,$$

em que δ é em geral modelado a partir do valor 0,3 [15] para evitar que a intensidade seja zero ou perto de zero. Para que a família de problemas de otimização seja um problema bem definido matematicamente, é necessário considerar o intervalo $(\delta, 1)$ aberto à direita, pois caso contrário a intensidade da radiação seria máxima o que não é conveniente para o planejamento da IMRT. Além disso, é necessário definir uma restrição geral para a máxima intensidade. De fato, para cada $j \in \mathcal{Y}$ da família a intensidade máxima vem dada pela equação (8) que, como restrição geral, se transforma em

$$\sum_i^5 x_i^j \leq \sum_i^5 \frac{1}{\alpha_i^j} = \beta^j.$$

Como o conjunto $\{\beta^j\}_{j \in \mathcal{Y}}$ é limitado por $\frac{1}{\delta}$, obtemos a restrição geral da intensidade máxima da família de problemas de otimização como sendo

$$\sum_i^5 x_i^j \leq \sup_{j \in \mathcal{Y}} \{\beta^j\}.$$

Como consequência, o valor de β nas equações (8)-(9) é substituído pelo valor $\sup_{j \in \mathcal{Y}} \{\beta^j\}$. Assim, temos que a família de problemas de otimização está bem definida, procedemos a associar a cada ângulo um peso Λ_i , número fuzzy, para aplicar a extensão de Zadeh multivariável (1) através da função objetivo f . Desta forma, são escolhidas as funções de pertinência trapezoidais dos pesos Λ_i da forma ilustrada na Figura 2.

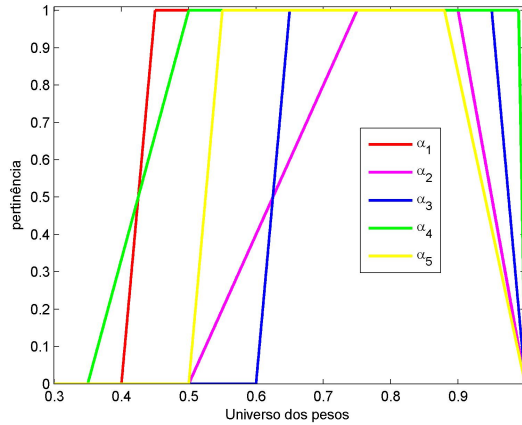


Figura 2. Os pesos α_i considerados como números fuzzy trapezoidais Λ_i .

No próximo passo é definida a função paramétrica

$$\mathcal{F} : \begin{array}{l} [\delta, 1)^5 \quad \rightarrow \quad \mathbb{R}^4 \\ (\alpha_1^j, \alpha_2^j, \alpha_3^j, \alpha_4^j, \alpha_5^j) \mapsto \mathbf{f}(X^j), \end{array} \quad (12)$$

em que X^j é a solução do problema (11) correspondente à cinco-upla

$$(\alpha_1^j, \alpha_2^j, \alpha_3^j, \alpha_4^j, \alpha_5^j).$$

A extensão de Zadeh multivariável (1) é aplicada à cinco-upla de números fuzzy $(A_1^j, A_2^j, A_3^j, A_4^j, A_5^j)$ pela função \mathcal{F} .

Com a finalidade de obter as soluções numéricas, construímos um algoritmo que detecta os pontos de injetividade ou não injetividade da função \mathcal{F} . Para os pontos em que \mathcal{F} é injetiva aplicamos a Proposição 2.1 e para os pontos em que \mathcal{F} não é injetiva utilizamos a Definição 2.1.

4 Resultados

Utilizando o modelo (11) e as funções de pertinência ilustradas na Figura 2 foi implementado um algoritmo para obter as doses totais a serem administradas e a evolução de cada volume, em forma independente, alvo, crítico, normal e do órgão vital. Neste algoritmo é incorporado o aplicativo “fminimax” do toolbox de otimização do software Matlab®. Destacamos que os pesos são considerados como definidos na Tabela 4, em que os números trapezoidais são definidas parametricamente por $[a \ b \ c \ d]$, sendo o intervalo $[a \ d]$ o nível zero e o intervalo $[b \ c]$ é o núcleo [13]. Os níveis zeros dos números fuzzy A_i , $i = 1, \dots, 5$, são particionados em quatro partes iguais, obtendo 3125 elementos da família de cinco-uplas, utilizadas para obter as soluções.

Peso (Número Fuzzy)	Parâmetros
A_1	[0.4 0.45 0.95 1]
A_2	[0.5 0.75 0.9 1]
A_3	[0.6 0.65 0.95 1]
A_4	[0.35 0.5 0.99 1]
A_5	[0.5 0.55 0.88 1]

Tabela 2. Parâmetros que definem as funções de pertinência trapezoidais dos pesos.

Das doses soluções são somente selecionadas aquelas que, pela extensão de Zadeh, tem pertinência um. A evolução de acordo com a quantidade de dose em Gy, considerada de zero a 82,8 é ilustrada, para o volume alvo, na Figura 3, para o volume crítico, na Figura 3, para o volume normal, na Figura 4 e, finalmente, na Figura 5 a evolução do órgão vital é apresentada.

Na Tabela 4 são apresentadas dez soluções de mínima dose, provenientes da metodologia utilizada levando em conta a pertinência um dentro de um conjunto de 580 soluções otimizadas. O motivo da escolha destas dez soluções provém do fato que essas soluções tem o mesmo comportamento em termos da validação do HDV. O HDV correspondente dessas soluções é apresentado na Figura 7. Na Tabela 4 são apresentadas as doses correspondentes a cada volume das respectivas soluções mínimas.

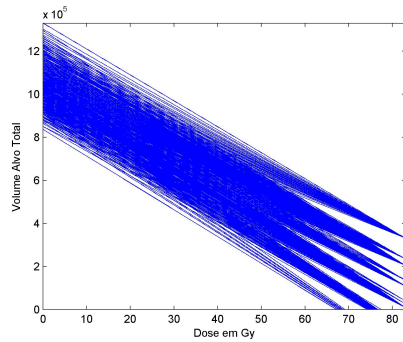


Figura 3. Evolução dos Volume Alvo Total de pertinência um em função das doses.

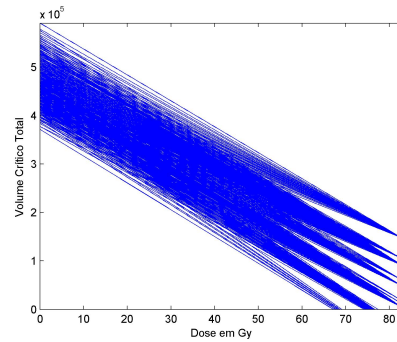


Figura 4. Evolução dos Volume Crítico Total de pertinência um em função das doses.

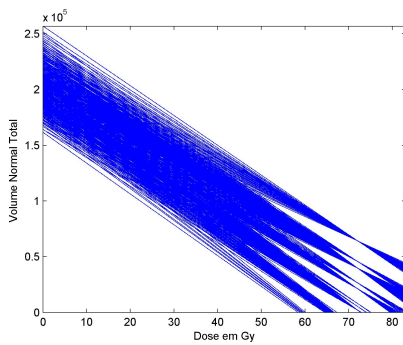


Figura 5. Evolução dos Volume Normal Total de pertinência um em função das doses.

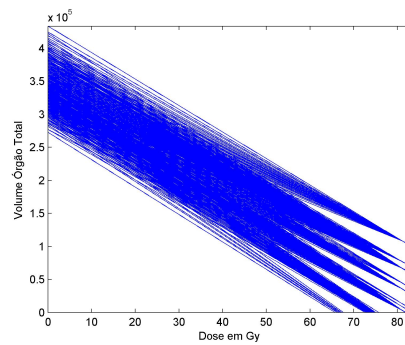


Figura 6. Evolução dos Volume Órgão Total de pertinência um em função das doses.

Para finalizar esta seção, destacamos resultados importantes obtidos pela metodologia aplicada ao problema de otimização. Como primeiro ponto a enfatizar é

obtenção de várias recomendações em termos de doses e intensidades de radiação que são apresentadas na Tabela 4. Representam doses baixas que são, em geral, adequadas para os volumes normal e de órgão vital que estão sendo protegidos de excessos de radiação. Note ainda, que o volume total máximo da restrição da otimização para o volume alvo é de 3.983.300 Gy, enquanto a dose máxima recomendada na Tabela 4 é de 1.051.700 Gy. Isto, indica um planejamento de radiação do volume alvo eficientemente otimizada. As mesmas conclusões podem ser obtidas para os outros volumes.

Solução	Peso (cinco-upla)	Intensidade
Sol. Min1	(0.4, 0.9,1,1,1)	(0.2942, 0.6620, 0.7355, 0.7355, 0.7355)
Sol. Min2	(0.4,0.9,1,1,0.875)	(0.2942, 0.6620, 0.7355, 0.7355, 0.6436)
Sol. Min3	(0.4, 0.9,1, 0.8375,1)	(0.2942, 0.6620, 0.7355, 0.6160, 0.7355)
Sol. Min4	(0.4, 0.9,1,1, 0.75)	(0.2942, 0.6620, 0.7355, 0.7355, 0.5517)
Sol. Min5	(0.4, 0.9,1,0.8375, 0.8375)	(0.2942, 0.6620, 0.7355, 0.6160, 0.6436)
Sol. Min6	(0.4, 0.9,1, 1, 0.625)	(0.2942, 0.6620, 0.7355, 0.7355, 0.4597)
Sol. Min7	(0.4, 0.9,1,0.8375,0.75)	(0.2942, 0.6620, 0.7355, 0.6160, 0.5517)
Sol. Min8	(0.4, 0.9,1,0.8375,0.625)	(0.2942, 0.6620, 0.7355, 0.6160, 0.4597)
Sol. Min9	(0.4, 0.8,1,1,1)	(0.2942, 0.5884, 0.7355, 0.7355, 0.7355)
Sol. Min10	(0.4, 0.7,1 ,1,1)	(0.2942, 0.5149, 0.7355, 0.7355, 0.7355)

Tabela 3. Valores dos pesos e das intensidades para dez soluções mínimas.

Solução	Dose Alvo	Dose Crítico	Dose Normal	Dose Órgão
Sol. Min1	983.200	436.980	189.990	320.610
Sol. Min2	948.900	421.760	183.370	309.440
Sol. Min3	938.700	417.190	181.390	306.090
Sol. Min4	914.700	406.530	176.750	298.270
Sol. Min5	904.400	401.960	174.770	294.920
Sol. Min6	880.400	391.300	170.130	287.100
Sol. Min7	870.200	386.740	168.150	283.750
Sol. Min8	835.900	371.510	161.530	272.580
Sol. Min9	1.051.700	467.430	203.230	342.950
Sol. Min10	1.024.300	455.250	197.940	334.020

Tabela 4. Valores das doses totais em Gy para as dez soluções mínimas da Tabela 4.

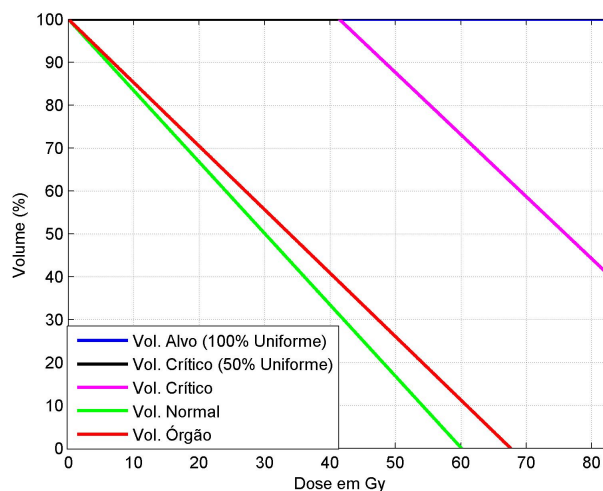


Figura 7. HDV dos volumes mínimos em porcentagem para o planejamento da IMRT.

5 Conclusões

A Radioterapia de Intensidade Modulada é uma das ferramentas mais poderosas de terapia de diversos tipos de tumores cancerígenos, que envolve equipes interdisciplinares no planejamento da radioterapia. A intensidade do feixe de radiação é uma variável de decisão fundamental para atingir um plano de terapia de qualidade, com o menor impacto de efeitos colaterais para o paciente. A quantidade da dose total depende linearmente dessa intensidade. A equipe de especialistas neste tipo de tratamento da área da saúde escolhe o valor do peso de cada grau do ângulo em que o feixe de radiação é direcionado, havendo opiniões diferentes do valor em cada direção mais conveniente para um mesmo plano. Uma forma de levar em conta essas opiniões na modelagem, é interpretar os pesos como números fuzzy. Baseados em informações de Chu et al. [6], é construído um modelo de radioterapia de intensidade modulada, em que os pesos correspondentes as cinco direções de radiação são considerados números fuzzy trapezodais. O modelo de origem linear é resolvido através do Princípio de Extensão Multivariável de Zadeh e usando o método de otimização vetorial, com o objetivo de minimizar a máxima dose recomendada pelo especialista. A metodologia resulta em uma variedade de soluções minimizadas que tem o mesmo comportamento do ponto de vista do histograma de dose-volume, que matematicamente é a validação da modelagem.

Este estudo mostrou que a extensão multivariável de Zadeh pode ser muito útil para incorporar as incertezas em vários parâmetros simultaneamente, tarefa cuja a complexidade não pode ser tratada eficientemente com outras metodologias. O algoritmo desenvolvido neste estudo poderá ser utilizado em outros problemas de várias áreas, em que as variáveis incertas estão relacionadas.

Referências

1. Radiological Society of North America, Inc. (RSNA), <http://www.radiologyinfo.org/en/info.cfm?pg=imrt>. Último acesso Maio (2016)
2. Halperin, E.C., Perez, C.A., Brady, L.W.: Principles and Practice of Radiation Oncology, Philadelphia, 2008.
3. Qiu, D., Zhang, W., Convexity Invariance of Fuzzy Sets under the Extension Principles. *Journal of Function Spaces and Applications*, 1–13 (2012)
4. Olafsson, A., Wright, S.J.: Efficient Schemes for Robust IMRT Treatment Planning. *Phys Med Biol.* 51(21), 5621–5642 (2006)
5. Brayton, R.K., Director, S.W., Hachtel, G.D., Vidigal, L.: A New Algorithm for Statistical Circuit Design Based on Quasi-Newton Methods and Function Splitting.: *IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-26*, 784–794 (1979)
6. Chu, M., Zinchenko, Y., Henderson, S.G., Sharpe, M.B.: Robust Optimization for Intensity Modulated Radiation Therapy Treatment Planning under Uncertainty. *Phys. Med. Biol.* 50(23), 5463–5477 (2005)
7. Lodwick, W., Neumaier, A., Newman, F.: Optimization Under Uncertainty: Methods and Applications in Radiation Therapy. In: *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 3, 1219–1222 (2001)
8. Stieler, F., Yan, H., Lohr, F., Wenz, F., Yin, F.F.: Development of a Neuro-Fuzzy Technique for Automated Parameter Optimization of Inverse Treatment Planning. *Radiation Oncology* 4:39 (2009)
9. Lee, T.F., Lee, C.Y., Chao, P.J.; Wu, L.F., Shieh, S.C., Cheng, P.S., Liao, K.C., Fang, C.H.: A Fuzzy System for Evaluating Radiation Treatment Plans of Head and Neck Cancer. In: *9th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD)*, pp. 510–514. Sichuan (2012)
10. Papageorgiou, E.I., Stylios, C.D., Groumpos, P.P.: An Integrated Two-Level Hierarchical System for Decision Making in Radiation Therapy Based on Fuzzy Cognitive Maps. In: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 50(12), 1326–1339 (2003)
11. Romeijn, H.E., Ahuja, R.K., Dempsey, J.F., Kumar, A.: A New Linear Programming Approach to Radiation Therapy Treatment Planning Problems. *Operations Research* 54(2), 201–216 (2006)
12. Zadeh, L.A.: The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning: *Information Sciences*, 8(3), 199–249 (1975)
13. Pedrycz, W., Gomide, F.: *An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (1998)
14. Ehrgott, M., Holder, A., Reese, J.: Beam Selection in Radiotherapy Design. *Linear Algebra and its Applications* 428, 1272–1312 (2008)
15. Ahmed, S., Gozbasi, O., Savelsbergh, M., Crocker, I., Fox, T., Schreibmann, E.: An Automated Intensity-Modulated Radiation Therapy Planning System. *INFORMS Journal on Computing* 22(4), 568–583 (2010)
16. *Encyclopedia Britannica* <http://global.britannica.com/science/gray-physics> Último acesso Maio (2016)