

Aplicação do Defuzzificador para Eventos Fuzzy no Estudo da Evolução da Doença de Chagas

Ricardo Augusto Watanabe, Estevão Esmi Laureano, Laécio Carvalho de Barros

Departamento de Matemática Aplicada, IMECC,
Campinas. Brasil
{ra073675,
eelaureano,
laeciob}@ime.unicamp.br

Resumo A evolução da Doença de Chagas pode ser descrita por intermédio de determinadas citosinas. Ainda assim, efeitos probabilísticos podem ocorrer. Desta forma, o conhecimento do especialista descrito por um sistema baseado em regras deve ser capaz de incorporar tal precedente histórico. Com efeito, este trabalho se propõe a apresentar um método de defuzzificação para eventos fuzzy em sistemas baseados em regras sobre a problemática da evolução da Doença de Chagas.

Keywords: Sistemas fuzzy, Defuzzificador, Biomatemática.

1 Introdução

Incorporar o conhecimento do especialista sobre um determinado fenômeno é um dos paradigmas de sistemas baseados em regras (SBRF). Em situações em que o modelo possui naturalmente incerteza associada à sua ocorrência é possível abordá-lo de forma probabilística ou por intermédio da construção de bases de regras e métodos de Inferência de SBRF. Desta forma, incorporar ambas abordagens pode resultar em um refinamento de tais modelos. Este trabalho utiliza o defuzzificador para eventos fuzzy, introduzido em [7], como uma maneira viável de ajustar o conhecimento do especialista dado por um SBRF para o contexto em que a incerteza da ocorrência de tal evento esteja acompanhado de dados históricos.

1.1 Definições Básicas

As seguintes definições podem ser encontradas em textos clássicos sobre Lógica Fuzzy como [2,5,9] e visam fixar a notação do presente trabalho.

A **altura** do conjunto fuzzy A é dada por: $height(A) = \sup_{u \in U} A(u)$. O **Cerne** do conjunto fuzzy A é dado por $Cerne(A) = \{u \in U : A(u) = 1\}$. Sejam U um conjunto não vazio e A um conjunto fuzzy de U , o **α -nível** de A é dado por: $[A]^\alpha = \{u \in U : A(u) \geq \alpha\}$, $\forall \alpha \in (0, 1]$ e $[A]^0 = \overline{Supp(A)}$, onde $Supp(A) = \{u \in U : A(u) > 0\}$ é o **suporte de A** e $\overline{Supp(A)}$ é o fecho do suporte de A .

Uma **t-norma** é uma função $\Delta : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ que satisfaz as seguintes propriedades: 1) elemento neutro: $\Delta(1, x) \equiv 1\Delta x = x$; 2) comutativa: $\Delta(x, y) \equiv x\Delta y = y\Delta x \equiv \Delta(y, x)$; 3) associativa: $\Delta(x, \Delta(y, z)) \equiv x\Delta(y\Delta z) = (x\Delta y)\Delta z \equiv \Delta(\Delta(x, y), z)$; 4) monótona crescente: se $x \leq u$ e $y \leq v$, então $\Delta(x, y) \equiv x\Delta y \leq u\Delta v \equiv \Delta(u, v)$. Exemplos típicos são: t-norma do mnimo $\Delta_M(x, y) = x \wedge y$, t-norma do produto $\Delta_P(x, y) = x \cdot y$, t-norma de Lukasiewicz $\Delta_L(x, y) = 0 \vee x + y - 1$.

Uma **t-conorma** é uma função fuzzy $\nabla : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ que satisfaz as seguintes propriedades: 1) elemento neutro, $\nabla(0, x) \equiv 0\nabla x = x$; 2) comutativa: $\nabla(x, y) \equiv x\nabla y = y\nabla x \equiv \nabla(y, x)$; 3) associativa: $\nabla(x, \nabla(y, z)) \equiv x\nabla(y\nabla z) = (x\nabla y)\nabla z \equiv \nabla(\nabla(x, y), z)$; 4) monótona decrescente: se $u \leq v$, então $\nabla(x, u) \equiv x\nabla u \leq x\nabla v \equiv \nabla(x, v)$. Exemplos típicos são: t-conorma do mximo: $\nabla_M(x, y) = x \vee y$, t-conorma da soma probabilística: $\nabla_P(x, y) = x + y - xy$, t-conorma de Lukasiewicz: $\nabla(x, y) = x + y \wedge 1$.

Sejam U_1, \dots, U_n universos de discursos arbitrários, uma **relação fuzzy** \mathcal{R} é qualquer subconjunto fuzzy de $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Relações fuzzy podem ser compostas, o presente trabalho foca a composição sup-t, isto é, dada uma Δ t-norma e relações \mathcal{R} em $X \times Y$ e \mathcal{S} em Y temos:

$$R \circ_{\Delta} S(x) = \bigvee_{y \in Y} \Delta(R(x, y), S(y)) \quad \forall x \in X. \quad (1)$$

Sejam Ω (espaço amostral) um conjunto não vazio e \mathcal{A} uma família de subconjuntos de Ω , então \mathcal{A} é denominada **σ -álgebra** se satisfazer os seguintes propriedades: 1) $\emptyset \in \mathcal{A}$; 2) $A \in \mathcal{A} \implies \mathcal{A} \setminus A =: A' \in \mathcal{A}$; 3) $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots \in \mathcal{A} \implies \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \in \mathcal{A}$. Dado um evento A, isto é, $A \in \mathcal{A}$, a probabilidade do evento A é definida como sendo $P(A) = E(\chi_A(X))$, onde X é uma variável aleatória. Adicionalmente, o valor médio do evento A é definido como

$$\frac{E(X\chi_A(X))}{P(A)} \quad (2)$$

Seja Ω um espaço amostral, um **evento fuzzy** A em Ω é um subconjunto fuzzy de Ω tal que todos α -níveis estão na σ -álgebra \mathcal{A} . A noção de eventos fuzzy está relacionada a processos de identificação de eventos cuja ocorrência ou não do respectivo evento é imprecisa ou incerta. Neste ponto há sobreposição de incertezas: a fuzzy, ligada à identificação de A (uma vez que sua fronteira não nítida); e a probabilística, proveniente da “ocorrência” do evento. Dado um evento fuzzy A, a probabilidade do evento fuzzy A é definida como sendo $P(A) = E(A(X))$, onde A(X) é a função de pertinência da variável aleatória X. Adicionalmente, o valor médio do evento fuzzy A é definido como

$$\frac{E(XA(X))}{P(A)} \quad (3)$$

2 Sistemas Baseados em Regras Fuzzy

Um sistema baseado em regras fuzzy (SBRF) é composto por três módulos distintos porém interconectados: módulo de fuzzificação, módulo de inferência e o

módulo de Defuzzificação. A seguir exploraremos, resumidamente, as principais características de cada um dos módulos.

2.1 Módulo de Fuzzificação

Durante este módulo ocorre o *tratamento* da informação, isto é, os dados de entrada do sistema são modelados por conjuntos fuzzy. Concisamente, este módulo corresponde a um mapa (\mathbf{F}) entre valores de entrada reais (\mathbb{R}) e conjuntos fuzzy ($\mathcal{F}(\mathbb{R})$). Para o caso de SBRF do tipo uma entrada e uma saída (SISO) temos:

$$\mathbf{F} : \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{F}(\mathbb{R}) \quad (4)$$

2.2 Módulo de Inferência

Este módulo é composto de dois submódulos. O primeiro submódulo é conhecido como *Base de Regras Fuzzy* e o segundo como *Método de Inferência*.

Base de Regras Fuzzy A base de regras fuzzy correspondem a um conjunto de proposições da seguinte forma:

R_1 : "Se x_1 é A_{11} e x_2 é A_{12} e ... e x_n é A_{1n} então y_1 é B_{11} e y_2 é B_{12} e ... e y_n é B_{1n} ."

⋮

R_t : "Se x_1 é A_{t1} e x_2 é A_{t2} e ... e x_n é A_{tn} então y_1 é B_{t1} e y_2 é B_{t2} e ... e y_n é B_{tn} ."

Neste trabalho consideraremos principalmente o caso onde para cada regra (R_k) os antecedentes (A_{ij}) e consequentes (B_{ij}) são modelados através de conjuntos fuzzy afim de empregar o Método de Inferência de Mamdani, definido adiante. Os conectivos lógicos "e" e "ou" podem ser modelados através de t-normas e t-conormas, respectivamente.

Método de Inferência O método de inferência é responsável por generalizar o conhecimento parcial do fenômeno OU sistema descrito na base de regras fuzzy. Consequentemente, podemos entender tal submódulo como um mapa entre os antecedentes e consequentes. No caso de SBRF do tipo SISO temos:

$$\mathbf{I} : \mathcal{F}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{F}(\mathbb{R}). \quad (5)$$

Tal mapa é construído por meio de composições relacionais fuzzy entre as relações fuzzy dos antecedentes e consequentes provenientes da base de regras. Um dos métodos de inferência mais utilizados na literatura é o Método de Inferência de Mamdani.

Método de Inferência de Mamdani Basicamente, o método consiste em empregar a composição sup-t, com a t-norma do mínimo, entre a relação fuzzy dos antecedentes e consequentes.

2.3 Módulo de Defuzzificação

O módulo de defuzzificação deve ser entendido como um operador que expressa um valor representativo do conjuntos fuzzy para um valor real. Concisamente, este módulo corresponde a um mapa entre conjuntos fuzzy e valores de saída real. Para o caso de SBRF do tipo SISO temos:

$$D : \mathcal{F}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R} \quad (6)$$

Existe uma grande variedade de defuzzificadores presentes na literatura, cada qual com propriedades e metodologias distintas.

3 Exemplos de Defuzzificadores

A seguir apresentamos alguns dos defuzzificadores mais utilizados na literatura.

3.1 Defuzzificador Centróide

O defuzzificador centride (COG), ou centro de massa, é um dos principais defuzzificadores utilizados na literatura devido ao fato de reduzir o erro quadrático médio [5]. O defuzzificador centróide sobre um conjunto fuzzy B é definido da seguinte forma:

– **Caso discreto:**

$$COG(B) = \frac{\sum_{i=1}^n u_i B(u_i)}{\sum_{i=1}^n B(u_i)} \quad (7)$$

– **Caso contínuo:**

$$COG(B) = \frac{\int_{\mathbb{R}} u B(u) du}{\int_{\mathbb{R}} B(u) du}. \quad (8)$$

Existem ainda variações sobre o defuzzificador centróide, expostas a seguir. Para os demais defuzzificadores definiremos apenas o caso contínuo, sendo o caso discreto naturalmente análogo.

3.2 Defuzzificador Média de Máximos

O defuzzificador da média de máximos (MeOM) consiste em calcular a média de todos os elementos presentes no cerne do conjunto fuzzy, isto é:

$$MeOM(A) = \frac{\int_{Cerne(A)} x dx}{\int_{Cerne(A)} dx} \quad (9)$$

Um meio de incorporar aspectos probabilísticos à defuzzificação de SBRF é por meio do próximo defuzzificador.

3.3 Defuzzificador escolha aleatória de máximos

O método de defuzzificação escolha aleatória de máximos (RCOM) considera que o cerne de um conjunto fuzzy possui um número finito de elementos e que todos elementos presentes no cerne possuem pesos equiprováveis de representatividade do valor defuzzificado.

$$RCOM(A) = \frac{1}{|cerne(A)|} \quad (10)$$

3.4 Defuzzificador Centróide Indexado

Proposto em [4], o defuzzificador centro de massa indexado (ICOG) consiste em fixar um índice α e calcular o centro de massa do conjunto fuzzy com grau de pertinência abaixo deste índice, logo temos:

$$ICOG(A, \phi) = \frac{\int_{[A]^\phi} x dx}{\int_{[A]^\phi} dx} \quad (11)$$

Em particular, o método de defuzzificação ICOG com índice $\phi = 0$ corresponde ao defuzzificador COG, isto é, $ICOG(A, 0) = COG(A)$; e ICOG com índice $\phi = 1$ corresponde ao defuzzificador média dos máximos, $ICOG(A, 1) = MeOM(A)$ [6].

3.5 Defuzzificador Semi-Linear

O defuzzificador Semi-Linear (SLIDE) foi proposto em [3] e tal método consiste em realizar combinações semi-lineares da seguinte forma:

$$SLIDE(A, \alpha, \beta) = \frac{(1 - \beta) \int_{[A]^0 \setminus [A]^\alpha} x A(x) dx + \int_{[A]^\alpha} x A(x) dx}{(1 - \beta) \int_{[A]^0 \setminus [A]^\alpha} A(x) dx + \int_{[A]^\alpha} A(x) dx} \quad (12)$$

onde $\alpha \in [0, height(A)]$ e $\beta \in [0, 1]$.

Uma possível interpretação dos parâmetros α e β diz respeito a representação do nível de confiança e rejeição, respectivamente. Note que para $\beta = 1$ todos os graus de pertiências são rejeitados. Assim, obtemos as seguintes correspondências entre os defuzzificadores:

$$SLIDE(A, 0, \beta) = COG(A), \forall \beta \in [0, 1] \quad (13)$$

$$SLIDE(A, \alpha, 0) = COG(A), \forall \alpha \in]0, height(A)[\quad (14)$$

$$SLIDE(A, \alpha, 1) = ICOG(A, \alpha), \forall \alpha \in]0, height(A)[\quad (15)$$

$$SLIDE(A, height(A), 1) = MeOM(A, \alpha) \quad (16)$$

Note que caso $\alpha = height(A)$ é possível variar o parâmetro β continuamente entre o defuzzificador centróide, que ocorre quando $\beta = 0$, até o defuzzificador

MeOM, que ocorre quando $\beta = 1$. Portanto, pelas correspondências entre os defuzzificadores acima, outros métodos de defuzzificação podem ser obtidos a partir da comparação entre os níveis de confiança e rejeição.

Logo, o defuzzificador SLIDE permite diferentes graus de pertinência entre rejeição e aceitação para eventos obtidos a partir de conjuntos fuzzy, ao contrário da Teoria de Probabilidade.

4 Defuzzificador Para Eventos Fuzzy

Suponha que a modelagem de determinado problema envolva caracterizar um método de Inferência de tal forma que para todo conjunto fuzzy de entrada A dado, a saída $B = I(A)$ seja um evento fuzzy de um espaço amostral associado a uma variável aleatória Y com função de densidade de probabilidade p . Neste contexto, podemos tomar como a defuzzificação de B como sendo o valor dado pelo valor médio do evento fuzzy B , tal qual em (3), segundo a função de densidade de probabilidade p , portanto o defuzzificador para eventos fuzzy [7] é obtido por:

$$D_{EF}(B, p) = \frac{E(Y \varphi_B(Y))}{P(B)}. \quad (17)$$

Como a noção de evento fuzzy consiste em uma maneira viável de se computar a estatística de uma variável aleatória cuja ocorrência é incerta, o operador defuzzificador para eventos fuzzy representa o valor dos conjuntos fuzzy ponderados pelo peso da distribuição de probabilidade.

– **Caso discreto:**

$$D_{EF}(B, p) = \frac{\sum_{i=1}^n u_i B(u_i) p(u_i)}{\sum_{i=1}^n B(u_i) p(u_i)} \quad (18)$$

– **Caso contínuo:**

$$D_{EF}(B, p) = \frac{\int_{\mathbb{R}} u B(u) p(u) du}{\int_{\mathbb{R}} B(u) p(u) du} \quad (19)$$

O defuzzificador para eventos fuzzy apresenta correspondência com os defuzzificadores apresentados durante a seção 3.

Correspondência entre Defuzzificadores Primeiramente, o defuzzificador centróide, passa a ser um caso particular do defuzzificador para eventos fuzzy quando é considerado uma distribuição p uniforme. Todavia não se trata apenas de um caso isolado, o defuzzificador para eventos fuzzy corresponde, de modo implícito, ao defuzzificador SLIDE e conseqüentemente à (13), (14), (15) e (16), também é possível encontrar [7] correspondências com os defuzzificadores ICOG e MeON. Dado um conjunto fuzzy B . Considere a função:

$$F_\beta(x) = \begin{cases} 1 & , x \in [B]^\alpha \\ (1 - \beta) & , x \in [B]^0 \setminus [B]^\alpha \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (20)$$

tal que $\beta \in [0, 1]$.

Seja $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$p(x) = \frac{F_\beta(x)}{\int_{\mathbb{R}} F_\beta(x) dx} \quad (21)$$

Note que p é uma função de densidade de probabilidade pois $\int_{\mathbb{R}} p(x) dx = 1$ e $p(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Teorema: Dado um conjunto fuzzy B . Seja p a função definida como na equação (9), então $D_p(B) = SLIDE(B, \alpha, \beta)$

Demonstração. Vide [7].

Portanto, do ponto de vista de eventos fuzzy, tal defuzzificador generaliza, de modo implícito, diversos defuzzificadores presentes na literatura.

5 Estágios de evolução da doença de Chagas

Neste trabalho modelamos a evolução da doença de Chagas, com particular interesse na fase crônica da doença. A Doença de Chagas ou *trypanossomíase americana*, é uma doença parasitária causada pelo protozoário *Trypanosoma Cruzi*, com zonas endêmicas localizadas na América Latina. A doença é transmitida principalmente via vetorial para seres humanos e mamíferos, através da picada de insetos da subfamília Triatominae, popularmente conhecidos como barbeiros [10]. Após o parasita contaminar o ser humano, ocorrem duas etapas distintas na infecção humana pelo *T. Cruzi*:

- 1) Fase aguda (inicial): esta fase é pouco evidente, pois os sintomas apresentados pelo indivíduo contaminado são muitas vezes similar às outras doenças. Tal fase, mesmo não sendo tratada ou diagnosticada, pode evoluir para o desaparecimento espontâneo da maior parte dessas manifestações clínicas, e o paciente passa para a fase crônica.
- 2) Fase crônica: inicialmente é assintomática e sem sinais evidentes de comprometimento cardíaco e/ou digestivo, tal quadro clínico pode perdurar por toda a vida do paciente infectado ou pode evoluir para as formas Cardíaca e/ou Digestiva caracterizadas por evidências de acometimento do sistema cardíaco, comprovados através de miocardiopatia dilatada e insuficiência cardíaca congestiva, ou acometimento no aparelho digestivo, podendo evoluir para megacólon ou megaesôfago.

5.1 Modelo

A evolução da Doença de Chagas está atrelada à análise das células *TC4+* que estão relacionadas à produção das citocinas do tipo IL-10 e IFN- γ dos indivíduos infectados [8]. Considerando um modelo [1] de evolução da doença com dois compartimentos a respeito dos indivíduos infectados em fase crônica. A população em fase assintomáticas será denotada por (x) e a população em fase sintomáticas será denotada (y) e a taxa de transferência por Λ , que depende explicitamente da produção das citosinas IL-10 (ϵ) e IFN- γ (v) para cada indivíduo. Assim, ao considerarmos um modelo sem dinâmica vital, isto é, que atende a relação $x(t) + y(t) = 1, t > 0$, temos:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\Lambda(\epsilon, v)x & x(0) = 1 \\ \dot{y} = \Lambda(\epsilon, v)x = \Lambda(\epsilon, v)(1 - y) & y(0) = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Como consequência da equação (22), podemos encontrar separadamente a equação apenas para a população assintomática da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\Lambda(\epsilon, v)x \\ x(0) = 1 \end{cases} \quad (23)$$

claramente a solução da equação acima é:

$$x(t) = e^{-\Lambda(\epsilon, v)t} \quad (24)$$

ou do ponto de vista da população sintomática:

$$\begin{cases} \dot{y} = \Lambda(\epsilon, v)(1 - y) \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad (25)$$

onde também claramente a solução da equação acima é:

$$y(t) = 1 - e^{-\Lambda(\epsilon, v)t} \quad (26)$$

Dito isto, a estimativa da taxa de transmissão $\Lambda(\epsilon, v)$ caracteriza totalmente as soluções (24) e (26). A próxima seção é dedicada à metodologia sobre a estimativa da taxa de transferência Λ .

5.2 Metodologia para Estimativa de Λ

Sabemos segundo o estudo de [8] que a taxa de transferência $\Lambda(\epsilon, v)$ dos indivíduos assintomático para sintomáticos é proporcional à concentração de citosina INF- $\gamma(v)$ e inversamente proporcional à citosina IL-10(ϵ).

É possível obter uma função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ (relativa a taxa de transmissão Λ) por meio do método de Mamdani e da base de regras especificada da seguinte forma:

$$f(\epsilon, v) = D(M \circ F(\epsilon, v)) \quad (27)$$

onde $F(\epsilon, v)$ trata do módulo de fuzzificação dos parâmetros ϵ e v , $M \circ F(\epsilon, v)$ é a inferência fuzzy, que no caso é dada via o método de Mamdani, e D é um defuzzificador.

A partir destas observações, é proposto em [10] a seguinte base de regras:

Se $IL - 10$ é Baixíssimo (A_{11}) e $IFN-\gamma$ é Altíssimo (A_{27}) então λ é Altíssimo (B_7);

Se $IL - 10$ é Baixo (A_{12}) e $IFN-\gamma$ é Alto (A_{27}) então λ é Alto (B_6);

Se $IL - 10$ é Médio-Baixo (A_{13}) e $IFN - \gamma$ é Médio-Alto (A_{27}) então λ é Médio-Alto (B_5);

Se $IL - 10$ é Médio (A_{14}) e $IFN - \gamma$ é Médio (A_{27}) então λ é Médio (B_4);

Se $IL - 10$ é Médio-Alto (A_{15}) e $IFN - \gamma$ é Médio-Baixo (A_{27}) então λ é Médio-Baixo (B_3);

Se $IL - 10$ é Alto (A_{16}) e $IFN - \gamma$ é Baixo (A_{27}) então λ é Baixo (B_2);

Se $IL - 10$ é Altíssimo (A_{17}) e $IFN - \gamma$ é Baixíssimo (A_{27}) então λ é Baixíssimo (B_1);

Onde as funções de pertinências dos antecedentes para as citosinas $IL-10$ e $INF-\gamma$ estão representadas nas Figuras 1(a) e 1(b), respectivamente, e as funções de pertinências dos consequentes $\Lambda(\epsilon, v)$ estão representadas na Figura 2.

Se em (27) considerarmos o defuzzificador COG com a base de regras citada acima obtemos o gráfico da Figura 3. Note que tal gráfico representa uma taxa de transferência para $IL - 10$ baixo e médio com $IFN-\gamma$ médio e alto de cerca de 50% da população para o estágio sintomático. Isto é demasiadamente elevado frente á base de regras proposta que traduz o conhecimento do especialista obtido em [8].

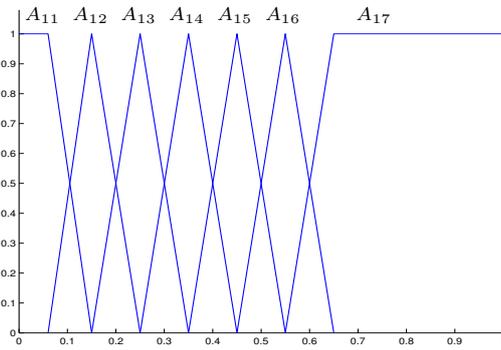
Considerando que a taxa de transferência $\Lambda(\epsilon, v)$ está associada à um espaço de probabilidade com uma certa função de densidade de probabilidade que neste caso, é a distribuição Beta ($\beta(x, a, b)$) definida para $0 \leq x \leq 1$ e $a, b \geq 0$ como:

$$\beta(x, a, b) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1},$$

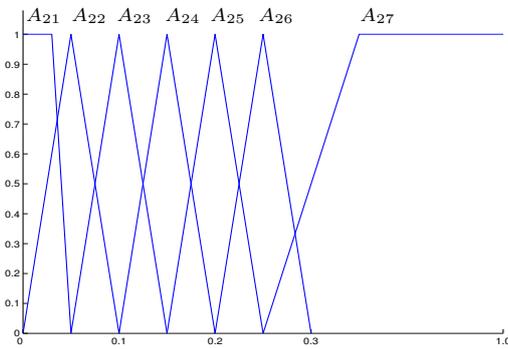
com Γ representando a função Gama. Ento, como o resultado do método de inferência produz uma redistribuição do peso estatístico associado á um evento fuzzy, é necessário obter um valor representativo frente á esta redistribuição. Isto é realizado por intermédio do defuzzificador para eventos fuzzy (19) aplicado à equação (27). A Figura 4 ilustra em cor sólida a saída do método de inferência de Mamdani de um SBRF para uma dada entrada (ϵ, v)

Logo se em (27) considerarmos o defuzzificador para eventos fuzzy com a base de regras citada acima obtemos o gráfico exibido na Figura 5.

Note que o gráfico exibido na Figura 5 além de capturar o comportamento esperado da base de regras, leva em consideração a transferência entre assintomático para sintomático.



(a) Funções de pertinências para $IL - 10$.



(b) Funções de pertinências para $IFN-\gamma$.

Figura 1. Antecedentes.

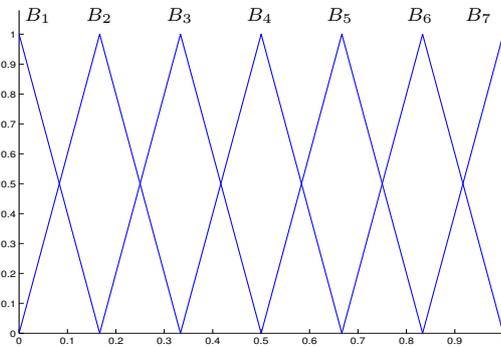


Figura 2. Funções de pertinências para A .

6 Conclusão

Em situações em que informações históricas sobre a variável dependente não estejam disponíveis é razoável supor que esta possui probabilidade uniforme.

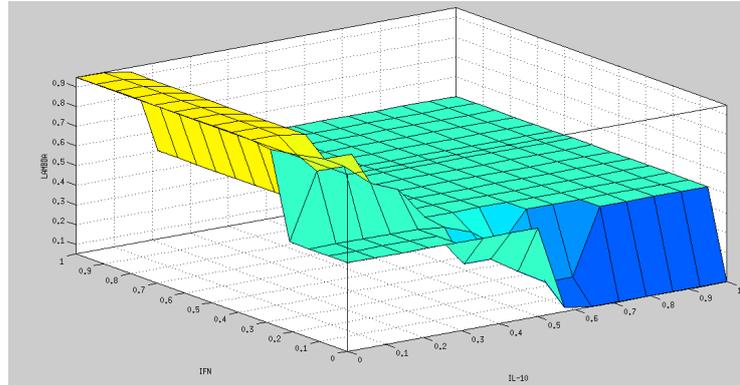


Figura 3. Gráfico $\Lambda(\epsilon, \nu)$ obtida pelas regras R^3 com defuzzificador COG

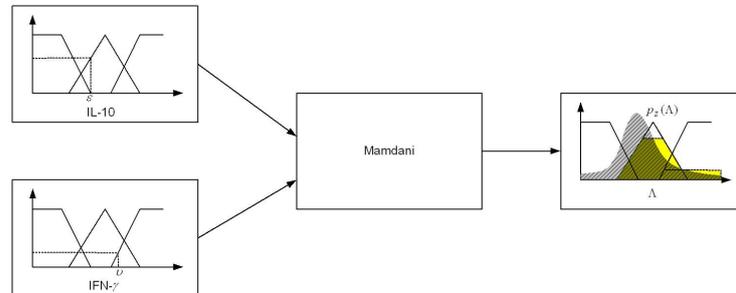


Figura 4. Arquitetura de um SBRF do tipo Mamdani com defuzzificador fuzzy para evento fuzzy com função de densidade de probabilidade ilustrada por p_Z .

Neste caso, utilizar o defuzzificador COG em um SBRF para determinação de um valor representativo é equivalente, mesmo que implicitamente, a supor que a variável dependente corresponde à uma variável aleatória cuja distribuição é uniforme.

Caso haja informações históricas sobre a variável dependente, é possível refinar a determinação do valor representativo por meio do defuzzificador para eventos fuzzy em um SBRF ao considerar que a variável dependente corresponde à uma variável aleatória cuja distribuição é ajustável frente a novos pesos estatísticos do modelo.

Referências

1. A.M.A. SILVA, Modelagem Fuzzy para a Epidemiologia da doença de Chagas, Dissertação de Mestrado, IMECCUnicamp, CampinasSP, 2015.
2. G. Klir and B. Yuan, Fuzzy sets and fuzzy logic theory and applications, Prentice-Hall, 1995.

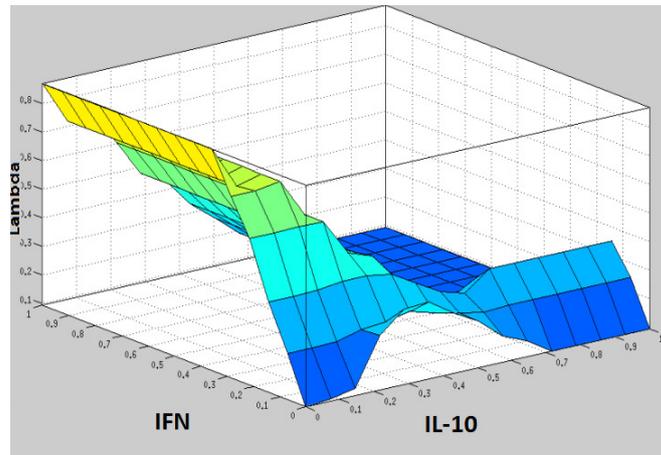


Figura 5. Funo λ como resultado do SBRF com defuzzificador baseado na distribuição β com parâmetros $a = 2$ e $b = 8$.

3. R.R Yager, D.P. Filev, A simple adaptive defuzzification method, IEEE Trans. Fuzzy Systems 1(1), 1993, 69-78.
4. R.R. Jager, Fuzzy logic in control, Tese de Doutorado, T.U. Delft, 1995.
5. W. Pedrycz, F. Gomide, An introduction to fuzzy sets: Analysis and design, The MIT Press, Massachusetts, 1998.
6. W. Van Leekwijck, E. E. Kerre, Defuzzification: criteria and classification, Fuzzy Sets and Systems, 108, 159-178, 1999.
7. R.A. Watanabe. *Um Estudo sobre um Método de Defuzzificação para Eventos Fuzzy em Sistemas Baseados em Regras*. Dissertação de Mestrado, IMECC-UNICAMP, Campinas, 2016.
8. Lorena, V.M.B., Investigação de marcadores imunológicos na doença de Chagas utilizando os recombinantes CRA e FRA de Trypanosoma cruzi, Tese de Doutorado, Centro de Pesquisa Aggeu Magalhães, 2009.
9. L. C. Barros, R. C. Bassanezi, Tópicos em Lógica Fuzzy e Biomatemática, UNICAMP/IMECC, Campinas 2010.
10. R.A. Watanabe, E.E. Laureano, L.C. Barros, Sistemas de Regras Baseado em Eventos Fuzzy: Aplicação à Doença de Chagas, Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2016.