Conjuntos Fuzzy do Tipo 2 Intervalar: Teoria e Aplicações Aula 2

Rosana Sueli da Motta Jafelice
Ana Maria Amarillo Bertone

Universidade Federal de Uberlândia

Sumário

Histórico

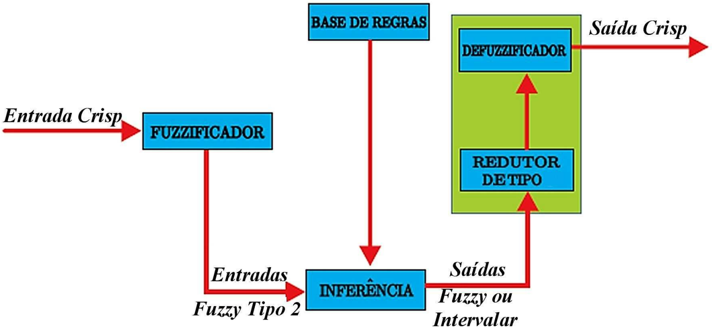
"Type-2 fuzzy sets let us model the uncertainties that are inherent in words as well as other uncertainties."[5]
Jerry M. Mendel (2003)

- Zadeh introduziu os conjuntos fuzzy tipo 2 (1975);
- Mizumoto e Tanaka apresentaram as operações destes conjuntos (1976);
- Niemien [4] apresentou com mais detalhes a estrutura algébrica dos conjuntos fuzzy tipo 2;
- Karnik e Mendel (final anos 90);
- Em Liang e Mendel [3] apresentaram a teoria do SBRF do tipo 2 intervalar, com diversas aplicações;
- Wu e Mendel [7] desenvolveram algoritmos computacionais que melhoraram este aspecto negativo;
- Dereli (2011) apresenta aplicações na área de ciências da computação e outras tem utilizado o SBRF do tipo 2 [2].

SBRF tipo 2 Intervalar

O SBRF do tipo 2 é composto por cinco componentes:

- Fuzzificador;
- Inferência;
- Base de regras;
- Redutor do tipo;
- Defuzzificador.



Componentes do SBRF tipo 2

- **Fuzzificador**: Seja $x' = (x'_1, x'_2, \cdots, x'_l) \in X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_l$, sendo X_i $i = 1, 2, \cdots, l$ universos dados. Cada coordenada recebe uma imagem pela função de pertinência relacionada aos conjuntos fuzzy do tipo 2, $\tilde{X}_i \quad i = 1, 2, \cdots, l$;
- **Base de Regras**: a base de regras do SBRF do tipo 2 permanece da mesma forma do tipo 1. A diferença entre o SBRF do tipo 1 e SBRF do tipo 2 está na natureza das funções de pertinência;
- **Inferência**: o bloco de inferência realiza as operações lógicas para conjuntos do tipo 2 com base nas regras fuzzy;

Componentes do SBRF tipo 2

- **Redutor de Tipo**: o bloco redutor de tipo tem como objetivo utilizar o algoritmo de Karnik-Mendel (KM) que determina o mínimo (y_L) e o máximo (y_R) dos centróides de conjuntos fuzzy do tipo 1;
- **Defuzzificador**: a saída defuzzificada do SBRF do tipo 2 é dada pela média de y_L e y_R, ou seja;

$$y(x') = \frac{y_L + y_R}{2}. \tag{1}$$

Seguindo as ideias explanadas em [6], considere um SBRF do tipo 2 com saída, $Y^n = [\underline{y}^n, \overline{y}^n]$ ou uma sequência finita entre $\underline{y}^n$ e $\overline{y}^n$, com a possibilidade de termos $\underline{y}^n = \overline{y}^n$.
As regras R^n são definidas por

$$\text{Se } x_1 \text{ é } \widetilde{X}_1^n \text{ e } x_2 \text{ é } \widetilde{X}_2^n \text{ e } \cdots \text{ e } x_I \text{ é } \widetilde{X}_I^n \text{ então } y \text{ é } Y^n,$$
$$n = 1, 2, \cdots, N,$$

em que $\widetilde{X}_i^n$, $i = 1, 2, \cdots, I$ são conjuntos fuzzy do tipo 2 intervalar. Sendo o vetor de entrada da forma $x' = (x_1', x_2', \cdots, x_I')$, os passos para obter o último componente do SBRF do tipo 2 são dados a seguir:

Cálculos

1. calcule a pertinência superior e inferior de x_i', $\overline{\mu}_{\widetilde{X}_i^n}(x_i')$ e $\underline{\mu}_{\widetilde{X}_i^n}(x_i')$;
$i = 1, 2, \cdots, I$, $n = 1, 2, \cdots, N$;
2. calcule $\underline{f}^n$ e $\overline{f}^n$, da $n-$ésima regra, como segue:

$$\underline{f}^n = \underline{\mu}_{\widetilde{X}_1^n}(x_1')\, t \,\cdots\, t\, \underline{\mu}_{\widetilde{X}_I^n}(x_I'),\; n = 1, 2, \cdots, N,\; i = 1, 2, \cdots, I,$$

e

$$\overline{f}^n = \overline{\mu}_{\widetilde{X}_1^n}(x_1')\, t \,\cdots\, t\, \overline{\mu}_{\widetilde{X}_I^n}(x_I'), n = 1, 2, \cdots, N,$$

em que t é um operador t-norma;

Cálculos

3. calcule o Centro de Gravidade Generalizado que é um conjunto forma pelos y_L e y_R, calculados da seguinte forma:

$$y_L = \min_{k\in[1,N-1]} \frac{\sum_{n=1}^{k} \overline{f}^n \underline{y}^n + \sum_{n=k+1}^{N} \underline{f}^n \underline{y}^n}{\sum_{n=1}^{k} \overline{f}^n + \sum_{n=k+1}^{N} \underline{f}^n} = \frac{\sum_{n=1}^{L} \overline{f}^n \underline{y}^n + \sum_{n=L+1}^{N} \underline{f}^n \underline{y}^n}{\sum_{n=1}^{L} \underline{f}^n + \sum_{n=L+1}^{N} \overline{f}^n},$$

e

$$y_R = \max_{k\in[1,N-1]} \frac{\sum_{n=1}^{k} \underline{f}^n \overline{y}^n + \sum_{n=k+1}^{N} \overline{f}^n \overline{y}^n}{\sum_{n=1}^{k} \underline{f}^n + \sum_{n=k+1}^{N} \overline{f}^n} = \frac{\sum_{n=1}^{R} \underline{f}^n \overline{y}^n + \sum_{n=R+1}^{N} \overline{f}^n \overline{y}^n}{\sum_{n=1}^{R} \underline{f}^n + \sum_{n=R+1}^{N} \overline{f}^n},$$

sendo L e R são chamados pontos "switch", porque representam a mudança da pertinência superior para a inferior e vice-versa, respectivamente.

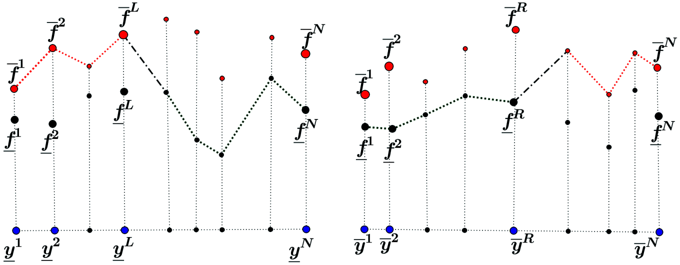
Pontos Switch

Estes pontos são determinados por

$$\underline{y}^{l} \leq y_L \leq \underline{y}^{l+1} \;\text{ e }\; \overline{y}^{r} \leq y_R \leq \overline{y}^{r+1},$$

em que a sequência $\underline{y}^n$ e $\overline{y}^n$, são pontos do universo ordenados em forma crescente.

- O ponto switch y_L é mostrado à esquerda na Figura.
- À direita na Figura é apresentado o ponto switch y_R.



Os valores y_L e y_R são calculados utilizando o algoritmo KM.

a) Ordene $\underline{y}^n (n = 1, \cdots, N)$, definidos anteriormente, em ordem crescente e renomei com o mesmo nome. Tome do conjunto $F^n(x')$, o seu respectivo $\underline{y}^n$ e renumere-os para que seu índice corresponda aos $\underline{y}_n$ reordenados.
Por exemplo: sejam
$\underline{y}^1 = 2$, $\underline{y}^2 = 1$, $\underline{y}^3 = 0$, $\underline{y}^4 = 5$, $\underline{y}^5 = 0$ e $\underline{y}^6 = 3$, ordene em ordem crescente, temos que:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
\underline{y}^3 & = 0 \leq & \underline{y}^5 & = 0 < & \underline{y}^2 & = 1 < & \underline{y}^1 & = 2 < & \underline{y}^6 & = 3 < & \underline{y}^4 & = 5 \\
\| & & \| & & \| & & \| & & \| & & \| & \\
\underline{y}^1 & & \underline{y}^2 & & \underline{y}^3 & & \underline{y}^4 & & \underline{y}^5 & & \underline{y}^6 &
\end{array}$$

b) Inicialize f^n definindo,

$$f^n = \frac{\underline{f}^n + \overline{f}^n}{2}, \; n = 1, 2, \cdots, N, \tag{2}$$

em que $\underline{f}^n$ e $\overline{f}^n$ foram definidos anteriormente.

Calcule

$$y = \frac{\sum_{n=1}^{N} \underline{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^{N} f^n}. \tag{3}$$

c) Encontre o ponto switch $k\,(1 \leq k \leq N-1)$, tal que

$$\underline{y}^k \leq y \leq \underline{y}^{k+1}. \tag{4}$$

d) Defina

$$f^n = \begin{cases} \overline{f}^n & se \;\; n \leq k, \\ \underline{f}^n & se \;\; n > k, \end{cases} \tag{5}$$

Calcule

$$y' = \frac{\sum_{n=1}^{N} \underline{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^{N} f^n}. \tag{6}$$

e) Verifique se $y' = y$. Se sim, pare e definir $y_L = y$ e $L = k$. Se não, vá para a etapa seguinte.

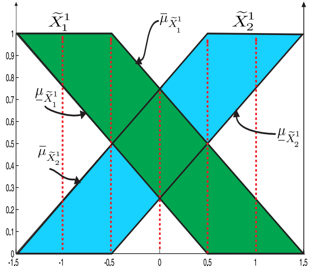
f) Defina $y = y'$ e vá para item **c)**.

Da mesma forma, o cálculo é feito para y_R, utilizando as sequências $\overline{y}^n$.

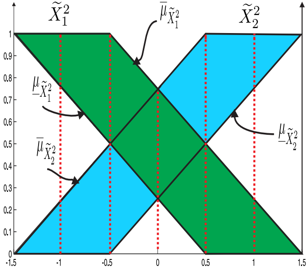
Para um melhor, entendimento do algoritmo de KM apresentamos um exemplo. Apesar das variáveis de entrada e saída serem apresentadas de forma contínua (FOU e intervalos) a manipulação computacional é discreta.

Exemplo

Considere um SBRF do tipo 2 intervalar que tem duas entradas x_1' e x_2' e uma saída y. Cada variável de entrada está constituída por dois conjuntos fuzzy do tipo 2 intervalar, mostrados como as áreas sombreadas na Figura (a) e (b) [6].



(a) Funções de pertinência da entrada x_1'.



(b) Funções de pertinência da entrada x_2'.

Base de Regras

Considere um vetor de entrada, $x' = (x'_1, x'_2) = (-0.3, 0.6)$.
A base de regras fuzzy e os consequentes correspondentes, são apresentados nas Tabelas.

R^1 :	Se x'_1 é $\widetilde{X}_1^1$ e x'_2 é $\widetilde{X}_1^2$, então y é Y^1.
R^2 :	Se x'_1 é $\widetilde{X}_1^1$ e x'_2 é $\widetilde{X}_2^2$, então y é Y^2.
R^3 :	Se x'_1 é $\widetilde{X}_2^1$ e x'_2 é $\widetilde{X}_1^2$, então y é Y^3.
R^4 :	Se x'_1 é $\widetilde{X}_2^1$ e x'_2 é $\widetilde{X}_2^2$, então y é Y^4.

Tabela: Base de regras fuzzy.

x'_1 \ x'_2	$\widetilde{X}_1^2$	$\widetilde{X}_2^2$
$\widetilde{X}_1^1$	$Y^1 = [\underline{y}^1, \overline{y}^1] = [-1, -0.9]$	$Y^2 = [\underline{y}^2, \overline{y}^2] = [-0.6, -0.4]$
$\widetilde{X}_2^1$	$Y^3 = [\underline{y}^3, \overline{y}^3] = [0.4, 0.6]$	$Y^4 = [\underline{y}^4, \overline{y}^4] = [0.9, 1]$

Tabela: Consequentes de SBRF do tipo 2 com saída intervalar.

Funções de Pertinência

As funções de pertinência superior e inferior de $\widetilde{X}_1^1, \widetilde{X}_2^1, \widetilde{X}_1^2$ e $\widetilde{X}_2^2$ são definidas como:

$$\overline{\mu}_{\widetilde{X}_1^1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } -1.5 \leq x < -0.5, \\ -0.5x + 0.75 & \text{se } -0.5 \leq x \leq 1.5, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\underline{\mu}_{\widetilde{X}_1^1}(x) = \begin{cases} -0.5x + 0.25 & \text{se } -1.5 \leq x < 0.5, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\overline{\mu}_{\widetilde{X}_2^1}(x) = \begin{cases} 0.5x + 0.75 & \text{se } -1.5 \leq x < 0.5, \\ 1 & \text{se } 0.5 \leq x \leq 1.5, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Funções de Pertinência

$$\underline{\mu}_{\widetilde{X}_2^1}(x) = \begin{cases} 0.5x + 0.25 & \text{se } -0.5 \leq x < 1.5, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\overline{\mu}_{\widetilde{X}_1^2}(x) = \begin{cases} -0.5x + 0.25 & \text{se } -1.5 \leq x \leq 0.5, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\underline{\mu}_{\widetilde{X}_1^2}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } -1.5 \leq x \leq -0.5, \\ -0.5x + 0.75 & \text{se } -0.5 \leq x \leq 1.5, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\overline{\mu}_{\widetilde{X}_2^2}(x) = \begin{cases} 0.5x + 0.25 & \text{se } -0.5 \leq x \leq 1.5, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Cálculos

$$\underline{\mu}_{\widetilde{X}_2^2}(x) = \begin{cases} -0.5x + 0.75 & \text{se } -1.5 \leq x < 0.5, \\ 1 & \text{se } 0.5 \leq x \leq 1.5, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Calculamos os intervalos cujos os extremos são as pertinências superior e inferior no ponto x' dos quatro conjuntos fuzzy do tipo 2 intervalar, componentes das duas variáveis de entrada, mostrados a seguir.

$[\underline{\mu}_{\widetilde{X}_1^1}(x_1'), \overline{\mu}_{\widetilde{X}_1^1}(x_1')] = [-0.5(-0.3) + 0.25, -0.5(-0.3) + 0.75] = [0.4, 0.9];$

$[\underline{\mu}_{\widetilde{X}_2^1}(x_1'), \overline{\mu}_{\widetilde{X}_2^1}(x_1')] = [0.5(-0.3) + 0.25, 0.5(-0.3) + 0.75] = [0.1, 0.6];$

$[\underline{\mu}_{\widetilde{X}_1^2}(x_2'), \overline{\mu}_{\widetilde{X}_1^2}(x_2')] = [0, -0.5(0.6) + 0.75] = [0, 0.45];$

$[\underline{\mu}_{\widetilde{X}_2^2}(x_2'), \overline{\mu}_{\widetilde{X}_2^2}(x_2')] = [0.5(0.6) + 0.25, 1] = [0.55, 1].$

Cálculos

Calculamos $[\underline{f}^n, \overline{f}^n]$ para $n = 1, \ldots, 4$, correspondente a cada regra utilizando a $t-$norma do produto algébrico.

$$\begin{aligned}
[\underline{f}^1, \overline{f}^1] &= [\underline{\mu}_{\tilde{X}_1^1}(x_1') \cdot \underline{\mu}_{\tilde{X}_1^2}(x_2'), \overline{\mu}_{\tilde{X}_1^1}(x_1') \cdot \overline{\mu}_{\tilde{X}_1^2}(x_2')) \\
&= [0.4 \times 0, 0.9 \times 0.45] = [0, 0.405];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\underline{f}^2, \overline{f}^2] &= [\underline{\mu}_{\tilde{X}_1^1}(x_1') \cdot \underline{\mu}_{\tilde{X}_2^2}(x_2'), \overline{\mu}_{\tilde{X}_1^1}(x_1') \cdot \overline{\mu}_{\tilde{X}_2^2}(x_2')] \\
&= [0.4 \times 0.55, 0.9 \times 1] = [0.22, 0.9];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\underline{f}^3, \overline{f}^3] &= [\underline{\mu}_{\tilde{X}_2^1}(x_1') \cdot \underline{\mu}_{\tilde{X}_1^2}(x_2'), \overline{\mu}_{\tilde{X}_2^1}(x_1') \cdot \overline{\mu}_{\tilde{X}_1^2}(x_2')] \\
&= [0.1 \times 0, 0.6 \times 0.45] = [0, 0.27];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\underline{f}^4, \overline{f}^4] &= [\underline{\mu}_{\tilde{X}_2^1}(x_1') \cdot \underline{\mu}_{\tilde{X}_2^2}(x_2'), \overline{\mu}_{\tilde{X}_2^1}(x_1') \cdot \overline{\mu}_{\tilde{X}_2^2}(x_2')] \\
&= [0.1 \times 0.55, 0.6 \times 1] = [0.055, 0.6].
\end{aligned}$$

Algoritmo KM

Aplicamos o algoritmo de KM para encontrar, y_L.

a) Ordenamos em forma crescente os $\underline{y}^n, n = 1, 2, 3, 4$. Assim, $\underline{y}^1 \leq \underline{y}^2 \leq \underline{y}^2 \leq \underline{y}^4$, isto é, $(-1 \leq -0.6 \leq 0.4 \leq 0.9)$.

b) Encontramos f^n definido por, $f^n = \dfrac{\underline{f}^n + \overline{f}^n}{2}$, $n = 1, \ldots, 4$.

$$f^1 = \frac{\underline{f}^1 + \overline{f}^1}{2} = \frac{0 + 0.405}{2} = 0.2025;$$

$$f^2 = \frac{\underline{f}^2 + \overline{f}^2}{2} = \frac{0.22 + 0.9}{2} = 0.56;$$

$$f^3 = \frac{\underline{f}^3 + \overline{f}^3}{2} = \frac{0 + 0.27}{2} = 0.135;$$

$$f^4 = \frac{\underline{f}^4 + \overline{f}^4}{2} = \frac{0.055 + 0.26}{2} = 0.3275.$$

Algoritmo KM

Agora calculamos, y usando a fórmula $\dfrac{\sum\limits_{n=1}^{4} \underline{y}^n f^n}{\sum\limits_{n=1}^{4} f^n}$. De fato,

$$\begin{aligned}
y &= \frac{\underline{y}^1 f^1 + \underline{y}^2 f^2 + \underline{y}^3 f^3 + \underline{y}^4 f^4}{f^1 + f^2 + f^3 + f^4} \\
&= \frac{(-1)(0.2025) + (-0.6)(0.56) + (0.4)(0.135) + (0.9)(0.3275)}{0.2025 + 0.56 + 0.135 + 0.3275} \\
&= \frac{-0.2025 - 0.336 + 0.054 + 0.29475}{1.225} = \frac{-0.18975}{1.225}
\end{aligned}$$

Portanto, $y = -0.154897959$.

c) Encontramos o ponto switch $k \quad (1 \leq k \leq 3)$ tal que $\underline{y}^k \leq y \leq \underline{y}^{k+1}$. Note que, $\underline{y}^2 \leq y \leq \underline{y}^3$, isto é, $(-0.6 \leq -0.154897959 \leq 0.4)$. Assim, $k = 2$.

d) Definimos $f^n = \begin{cases} \overline{f}^n & \text{se } n \leq 2, \\ \underline{f}^n & \text{se } n > 2. \end{cases}$

$$
\begin{aligned}
y' &= \frac{(-1)(0.405) + (-0.6)(0.9) + (0.4)(0) + (0.9)(0.055)}{0.405 + 0.9 + 0 + 0.055} \\
&= \frac{-0.405 - 0.54 + 0 + 0.0495}{1.36} \\
&= \frac{-0.8955}{1.36}
\end{aligned}
$$

Concluíndo que $y' = -0.658455882$.

e) Como $y \neq y'$, continuamos o algoritmo.

f) Renomeamos $y = y'$ e encontramos o ponto switch k $(1 \leq k \leq 3)$. Note que, $\underline{y}^1 \leq y \leq \underline{y}^2$, isto é, $(-1 \leq -0.658455882 \leq -0.6)$. Assim, $k = 1$.
Definimos, $f^n = \begin{cases} \overline{f}^n & \text{se } n \leq 1, \\ \underline{f}^n & \text{se } n > 1 \end{cases}$
e calculamos y'':

$$y'' = \frac{(-1)(0.405) + (-0.6)(0.22) + (0.4)(0) + (0.9)(0.055)}{0.405 + 0.22 + 0 + 0.055}$$

$$= \frac{-0.405 - 0.132 + 0 + 0.0495}{0.68} = \frac{-0.4855}{0.68}$$

Portanto, $y'' = -0.716911764$.

Algoritmo KM

Como $y \neq y''$ definimos $y = y''$ para continuar com o algoritmo. Note que, $\underline{y}^1 \leq y \leq \underline{y}^2$, isto é, $(-1 \leq -0.716911764 \leq -0.6)$. Assim, $k = 1$.

Como anteriormente, definimos, $f^n = \begin{cases} \overline{f}^n & \text{se } n \leq 1, \\ \underline{f}^n & \text{se } n > 1. \end{cases}$, para calcular y''' obtendo que $y''' = -0.716911764$.

Note que, $y''' = y''$, e como $y = y'''$, então $y_L = y = y''' = -0.716911764$ e $L = 1$. Portanto, $y_L = -0.716911764$.

Algoritmo KM

A seguir, iremos calcular y_R utilizando um procedimento análogo que repetiremos com um intuito de reforçar a metodologia.

a) Ordenamos em forma crescente os $\overline{y}^n, n = 1, 2, 3, 4$. Assim, $\overline{y}^1 \leq \overline{y}^2 \leq \overline{y}^2 \leq \overline{y}^4$, isto é, $(-0.9 \leq -0.4 \leq 0.6 \leq 1)$.

b) Encontramos $f^1 = 0.2025, f^2 = 0.56, f^3 = 0.135, f^4 = 0.3275$. Incentivamos o leitor a conferir estes valores. Como anteriormente, calculamos y:

$$y = \frac{(-0.9)(0.2025) + (-0.4)(0.56) + (0.6)(0.135) + (1)(0.3275)}{0.2025 + 0.56 + 0.135 + 0.3275}$$

$$= \frac{-0.18225 - 0.224 + 0.081 + 0.3275}{1.225} = \frac{0.00225}{1.225}$$

Portanto, $y = 0.001836734694$.

Algoritmo KM

c) Encontramos o ponto switch $k \quad (1 \leq k \leq 3)$, notando que, $\overline{y}^2 \leq y \leq \overline{y}^3$, isto é, $(-0.4 \leq 0.001836734694 \leq 0.6)$. Assim, $k = 2$.

d) Definimos $f^n = \begin{cases} \underline{f}^n & \text{se } n \leq 2, \\ \overline{f}^n & \text{se } n > 2. \end{cases}$ Calculamos y':

$$y' = \frac{(-0.9)(0) + (-0.4)(0.22) + (0.6)(0.27) + (1)(0.6)}{0 + 0.22 + 0.27 + 0.6}$$

$$= \frac{0 - 0.088 + 0.162 + 0.6}{1.09} = \frac{0.674}{1.09}$$

Portanto, $y' = 0.618348623$.

Algoritmo KM

e) Como $y \neq y'$, então continuamos o processo, definindo $y = y'$. Como temos, $\overline{y}^3 \leq y \leq \overline{y}^4$, isto é, $(0.6 \leq 0.618348623 \leq 1)$ então, $k = 3$. Definindo,
$$f^n = \begin{cases} \underline{f}^n & \text{se } n \leq 3, \\ \overline{f}^n & \text{se } n > 3, \end{cases}$$
calculamos y'':

$$\begin{aligned} y'' &= \frac{(-0.9)(0) + (-0.4)(0.22) + (0.6)(0) + (1)(0.6)}{0 + 0.22 + 0 + 0.6} \\ &= \frac{0 - 0.088 + 0 + 0.6}{0.82} = \frac{0.512}{0.82} \end{aligned}$$

Portanto, $y'' = 0.624390243$. Como $y \neq y''$, então continuamos o processo.

f) Notamos que, $\overline{y}^3 \leq y \leq \overline{y}^4$, isto é, $(0.6 \leq 0.624390243 \leq 1)$ e definimos,

$$f^n = \begin{cases} \underline{f}^n & \text{se } \; n \leq 3, \\ \overline{f}^n & \text{se } \; n > 3. \end{cases}$$

Portanto, $y''' = y''$ e consequentemente dado por $y_R = y''' = 0.624390243$ e $R = 3$.
Finalmente, a saída defuzzificada é:

$$y = \frac{y_L + y_R}{2} = \frac{-0.716911764 + 0.624390243}{2} = \frac{-0.092587521}{2}.$$

Portanto, $y = -0.04629376$.

Os cálculos anteriores foram baseados em [6] e detalhados em [1].

Exercício

Rosana Sueli da Motta Jafelice
Ana Maria Amarillo Bertone

Utilize o algoritmo KM no exemplo anterior para determinar a saída, da entrada crisp $x' = (x'_1, x'_2) = (0.55, -0.7)$.

Sumário

Universidade Federal de Uberlândia

Referências

E. R. Castillo.
Modelagem da dinâmica de um grupo de indivíduos HIV positivos com parâmetro fuzzy do tipo 2.
Master's thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2014.

T. Dereli, A. Baykasoglu, K. Altun, A. Durmusoglu, and B. Tüksen.
Industrial applications of type-2 fuzzy sets and systems: A concise review.
Journal Computers in Industry, 62:125–137, 2011.

Q. Liang and J. M. Mendel.
Interval type-2 fuzzy logic systems: Theory and design.
In IEEE Transaction on Fuzzy Systems, volume 8, pages 535–550, 2000.

J. Mendel.
Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions.
Prentice-Hall, Upper - Saddle River, NJ, 2001.

J. M. Mendel.
Type-2 fuzzy sets: Some questions and answers.
In IEEE Neural Networks Society Newsletter, pages 10–13, 2003.

D. Wu.
A brief tutorial on interval type-2 fuzzy sets and systems.
http://www.learningace.com/doc/782209/2a080752ce7c48a7
brief-tutorial-on-interval-type-2-fuzzy-sets-and-systems.

Acesso: maio, 2013.

H. Wu and J. Mendel.
Uncertainty bounds and their use in the design of interval type-2 fuzzy logic systems.
IEEE Transactions on Fuzzy systems, 10, 2002.