

Lista II

1. Provar que a intersecção de conjuntos convexos é convexa.
2. Provar que $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| \leq c, c > 0\}$ é um conjunto convexo.
3. uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua em um intervalo $[a, b]$ é convexa no intervalo se e somente se $f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x)+f(y)}{2}$ para todo x, y no intervalo.
4. Verifique se as seguintes funções são convexas. Prove ou de um contraexemplo,
 - $f(x) = \max\{g(x), h(x)\}$ onde g, h são funções convexas.
 - $f(x) = \min\{g(x), h(x)\}$ onde g, h são funções convexas.
 - Minimizar $t(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$
 - $s(x) = e^{f(x)}$, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ convexa.
 - $s(x) = e^{f(x)}$, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ monotonamente crescente.
 - $f + g$ com f, g convexas
 - $f - g$ com f, g convexas
5. Se $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é convexa então $S_c = \{x \mid f(x) \leq c\}$ é convexo.
6. desenhe as curvas de nível de uma função convexa.
7. Seja $S \subset \mathbb{R}^n$ um conjunto convexo não vazio, definimos a função

$$f(y) = \min\{\|y - x\| \mid x \in S\}$$

provar que f é convexa.

8. Provar que se f é convexa o conjunto solução de $\min f(x)$ é convexo.
9. Se f é convexa o conjunto solução de $\min f(x)$ existe ?