MA211 – Regra da Cadeia

(i) Suponha que para todo $t \in \mathbb{R}$, $f(t^2, 2t) = t^3 - 3t$. Mostre que

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,2) = -\frac{\partial f}{\partial y}(1,2)$$

(ii) Admita que, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$,

$$4y\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) - x\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 0.$$

Prove que f é constante sobre a elipse $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(iii) Seja $g(t) = f(3t, , 2t^2 - 1)$.

a) Expresse $g'(t)$ em termos das derivadas parciais de f;

b) Calcule $g'(0)$ admitindo que $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,-1) = \dfrac{1}{3}$.

(iv) Use a regra da cadeia para determinar $\dfrac{\partial z}{\partial t}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial s}$, onde:

a) $z = x^2y^3$, $x = s\cos t$ e $y = s\sin t$;

b) $z = \sin x \cos y$, $x = st^2$ e $y = s^2t$;

c) $z = \mathrm{e}^{x+2y}$, $x = s/t$ e $y = t/s$;