EXERCÍCIOS SUGERIDOS DO ELON (FINO) NA PRIMEIRA AULA.

5. Seja E o espaço das matrizes $n \times n$. (Se achar conveniente, identifique E com $\mathbb{R}^{n^2}$.) Defina $f: E \to E$ pondo $f(X) = X^3$ para cada matriz X. Mostre que f é diferenciável em todos os pontos de E. (Use o método do Exercício 1 para determinar o candidato a $f'(X)$.)

7. Seja $E = \mathbb{R}^{n^2}$ o espaço vetorial formado pelas matrizes $n \times n$. Indicando com X^* a transposta de uma matriz X, considere a aplicação $f: E \to E$ definida por $f(X) = XX^*$. Descreva a derivada $f'(X): E \to E$. Mostre que $f'(X) \cdot H$ é simétrica, para cada $H \in E$, e que se X é ortogonal (isto é, $X^* = X^{-1}$) então, para toda matriz simétrica S, existe pelo menos uma matriz H tal que $f'(X) \cdot H = S$.

9. Seja $U \subset \mathbb{R}^m$ aberto. Se $f: U \to \mathbb{R}$ atinge um máximo (ou mínimo) relativo no ponto $x \in U$, e f é diferenciável no ponto x, então $f'(x) = 0$.