

## MA211 – Funções diferenciáveis

(i) Prove, via definição, que as funções abaixo são diferenciáveis:

a)  $f(x, y) = xy$ ;                      b)  $f(x, y) = x + y$ .

(ii) Em quais pontos a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases},$$

é diferenciável?

(iii) Determine as equações do plano tangente e reta normal ao gráfico da função dada, no ponto dado.

a)  $f(x, y) = 2x^2y$  em  $(1, 1, f(1, 1))$ ;

b)  $f(x, y) = xe^{x^2-y^2}$  em  $(2, 2, f(2, 2))$ .

(iv) Determine os planos tangentes ao gráfico de  $f(x, y) = 2 + x^2 + y^2$  que contenham o eixo  $x$ ;

(v) A função  $z = z(x, y)$  é diferenciável e dada implicitamente pela equação  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .  
Mostre que a equação do plano tangente em  $(x_0, y_0, z_0)$  com  $z_0 \neq 0$  é dada por

$$\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} + \frac{z_0z}{c^2} = 1.$$