

## MA211 – Derivadas Parciais

(i) Determine as derivadas parciais:

a)  $f(x, y) = 5x^4y^2 + xy^3 + 4;$

b)  $z = \frac{x^3+y^2}{x^2+y^2};$

c)  $z = x^2 \ln(1 + x^2 + y^2)$

d)  $z = \frac{x \sin y}{\cos(x^2+y^2)}.$

(ii) Seja  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função de uma variável real, diferenciável e tal que  $\phi'(1) = 4$ . Defina  $g(x, y) = \phi\left(\frac{x}{y}\right)$ .

a) Calcule  $\frac{\partial g}{\partial x}(1, 1)$  e  $\frac{\partial g}{\partial y}(1, 1)$

b) Mostre que

$$x \frac{\partial g}{\partial x} + y \frac{\partial g}{\partial y} = 0, \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, y \neq 0.$$

(iii) Seja  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por:  $f(x, 0) = 1 + x^2$ ,  $f(0, y) = 1 + y^2$  e  $f(x, y) = 0$  se  $x \neq 0$  e  $y \neq 0$ .

a) Esboce o gráfico de  $f$ ;

b) Calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ .

c)  $f$  é contínua em  $(0, 0)$ ? Justifique.

d)  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 1)$  existe? E  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 1)$ ?

e) Qual o domínio de  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ?

(iv) Dizemos que  $(x_0, y_0)$  é um *ponto crítico* de  $z = f(x, y)$  se  $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) = 0$ . Determine caso existam os pontos críticos de:

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2;$

b)  $f(x, y) = x^4 + 4xy + y^4;$

c)  $f(x, y) = 2x + y^3;$

b)  $f(x, y) = 3x^2 + 8xy^2 - 14x - 16y;$