Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
$\sum$	

ALUNO	RA

1a. Prova – MA-211 – Quinta-feira (TARDE), 02/10/2014

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA

É PROIBIDO O USO DE CALCULADORAS

SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

Questão 1. Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) A função f é contínua em $(0,0)$? Justifique sua resposta. (0.8)

(b) Calcule as derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$. (0.4)

(c) Determine $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ para $(x,y) \neq (0,0)$. (0.6)

(d) f é diferenciável em $(0,0)$? Justifique sua resposta. (0.2)

Questão 2. Considere a função

$$f(x,y) = \ln(x^2+y^2).$$

(a) Determine a taxa de variação máxima de f em $(1,1)$ e a direção em que isso ocorre. (0.6)

(b) Determine a derivada direcional de f em $(1,1)$ na direção do vetor $\mathbf{v} = (3,4)$. (0.6)

(c) Mostre que $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$. (0.8)

Questão 3. Considere a função $f(x,y) = x\phi(x^2-y^2)$, em que $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função diferenciável de uma variável real. Mostre que o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(a, a, f(a,a))$ contém a origem. (2.0)

Questão 4. Determine e classifique os pontos críticos da função (2.0)

$$f(x,y) = x^3 + 2xy + y^2 - 5x.$$

Questão 5. Encontre os pontos da elipse $x^2 + xy + y^2 = 3$ mais próximos e mais distantes da origem. (2.0)

Boa Prova!