

IMECC – UNICAMP -Mestrado Profissional em Matemática Aplicada e Computacional

**Prova de Seleção 2018**

Nome: \_\_\_\_\_

- **Escolha apenas 5 das 6 questões para resolver**
- **Não é permitido o uso de celulares ou outros equipamentos eletrônicos**

**Boa Prova!**

- 1) Considere a função  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^3} + 3x$ 
  - a) Encontre seus pontos críticos, regiões de crescimento e decrescimento e os limites  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
  - b) Com base em a) esboce o gráfico de  $f$ .
  
- 2) a) Calcule a área da região delimitada pelas curvas  $y = x^2$ ,  $x = 1$  e  $y = 4$ .  
b) Calcule o volume do sólido limitado pelo parabolóide  $z = 9 - x^2 - y^2$  e o plano  $z = 0$ .
  
- 3) Deseja-se construir um tanque (piscina) com faces retangulares (e sem “tampa”) para armazenar  $1000 \text{ m}^3$  de líquido. a) Assumindo que o custos da base (fundo) e das laterais sejam respectivamente de  $k_1$  e  $k_2$  reais o metro quadrado, que proporções do tanque minimizariam seu custo? b) No caso em que  $k_1 = k_2$ , o que você pode concluir sobre o formato do tanque ótimo?
  
- 4) Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ .
  - a) Determine os autovalores e autovetores de  $A$ .
  - b) Qual é o efeito geométrico da transformação linear  $T_A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , dada por  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ? Exemplifique este efeito descrevendo qual é a imagem de uma circunferência de raio 2 centrada na origem por esta transformação
  - c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n = ?$

5a) Determine o conjunto solução do sistema de equações :

$$x + y + z = 0; 3x - 3y + z = 4; x - 5y - a^2 z = 4a \text{ para todos os valores de } a$$

b) Encontre valores de  $a$  tais que :

b1) O sistema tenha solução única

b2) O sistema tenha infinitas soluções

b3) O sistema não tenha solução

c) Interprete geometricamente a situação dada em b2) considerando as equações como planos no espaço.

6) No que se segue  $A$  e  $B$  são matrizes quadradas de ordem  $n$ . Para cada uma das afirmações a seguir decida se estas são verdadeiras ou falsas . Prove uma das afirmações verdadeiras e dê contra-exemplo para todas as falsas .

a)  $\text{Det} ( k A ) = k^n \text{Det} ( A )$

b)  $\text{Det} ( A + B ) = \text{Det}(A) + \text{Det} ( B )$

c) Um sistema linear de  $m$  equações e  $n$  incógnitas com  $m > n$  não tem solução.

d) Se  $A \cdot B$  é a matriz nula então ou  $A$  é a matriz nula ou  $B$  é a matriz nula .

e) Se  $A$  é uma matriz diagonalizável seu determinante é o produto de seus autovalores.