Nome: ______________________________ RA: ____________________

2ª Prova - Análise I

23 de junho de 2010.

1. (2,5 pontos)

   (a) Defina $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ell$.

   (b) Mostre, usando a definição dada em (a), que

   $$\lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{x} = 1.$$

2. (2,5 pontos) Seja $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ uma função de classe C^2.

   (a) Se f assume máximo num ponto c interior de $[a,b]$, então mostre que $f'(c) = 0$.

   (b) Se $f'' \geqslant 0$, então mostre que f assume máximo na fronteira de $[a,b]$.

3. (2,5 pontos)

   (a) Se $x > 0$ e $n \in \mathbb{N}$, mostre que

   $$e^x > \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

   (b) Mostre que

   $$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0.$$

4. (2,5 pontos) Se $f\colon (a,b) \to \mathbb{R}$ é lipschitziana, então existem os limites laterais $\lim_{x\to a^+} f(x)$ e $\lim_{x\to b^-} f(x)$. Escolha um desses limites e justifique porque esse limite existe.

BOA PROVA!