

Nome: _____ RA: _____

1ª Prova - Análise I
26 de abril de 2010.

1. (2,5 pontos)

(a) Determine os valores de x para os quais $|x - 2| < |x - 6|$.

(b) Mostre que a sequência

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$$

converge e seu limite está entre $1/2$ e 1 .

(Dica: mostre que (a_n) é monótona calculando: $a_{n+1} - a_n$)

2. (2,5 pontos)

(a) Se (a_n) é limitada e $b_n \rightarrow 0$, mostre que $a_n b_n \rightarrow 0$.

(b) Use o resultado obtido em (a) para mostrar que

$$\frac{n!}{n^n} \rightarrow 0.$$

3. (2,5 pontos)

(a) Mostre que $\sqrt[n]{n} \rightarrow 1$.

(b) Mostre que $(\sqrt[n]{n} - 1)^n \rightarrow 0$

4. (2,5 pontos) Se (a_n) e (b_n) são sequências limitadas, mostre que

$$\limsup(a_n + b_n) \leq \limsup a_n + \limsup b_n.$$

Mostre, através de um exemplo, que a desigualdade pode ser estrita.

BOA PROVA!