Introdução às Equações Diferenciais
Cáceres, 26 a 31 de julho de 2004

6ª Aula - Dia 31/06/2004

Assuntos a serem cobertos na aula:

1. Sistemas de equações diferenciais lineares (Cap. 7 - pág. 184)
2. Revisão de matrizes (seção 7.2 - pág. 188)
3. Sistemas homogêneos com coeficientes constantes (seção 7.5 - pág. 201)
4. Auto valores complexos (seção 7.6 - pág. 207)
5. Auto valores repetidos (seção 7.8 - pág. 215)
6. Classificação dos sistemas 2×2
7. Exponencial de matrizes

Exercícios

1. Lista de problemas da página 198 do livro texto.
   15, 16, 24, 25, 26, 27.
2. Lista de problemas da página 205 do livro texto.
   Determine a solução geral dos sistemas dados nos exercícios 1 e 3.
3. Lista de problemas da página 210 do livro texto.
   Determine a solução geral dos sistemas dados nos exercícios 1 e 3.
4. Determine uma matriz fundamental para casa um dos sistemas dados nos dois exercícios anteriores.
5. Lista de problemas da página 218 do livro texto.
   Determine a solução geral dos sistemas dados nos exercícios 1 e 3.
6. Encontre a solução do seguinte sistema

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -6 \\ 2 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & -4 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. (a) Determine a matriz principal do sistema

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} x$$

(b) Determine a solução do sistema acima que satisfaz a condição inicial

$$x(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

(c) Determine a solução do Problema de Valor Inicial

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}, \qquad x(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Exercícios opcionais

1. Sejam $h_1(t)$ e $h_2(t)$ funções contínuas e periódicas de período 2π. Dê uma condição, necessária e suficiente, para que todas as soluções do sistema

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \quad y + h_1(t) \\ \dot{y} &= -x + h_2(t) \end{aligned}$$

   sejam periódicas de período 2π.
   Sugetão. Justifique e use o seguinte resultado: se h é contínua e periódica de período 2π, então $H(t) = \int_0^t h(s)\, ds$ é periódica de período 2π se, e somente se, $\int_0^{2\pi} h(s) ds = 0$

2. Se $x(t),\ y(t) \in I\!R^n$ são derivaveis, mostre que:

   (a)

$$\frac{d}{dt}\langle x(t),\ y(t)\rangle = \langle \dot{x}(t),\ y(t)\rangle + \langle x(t),\ \dot{y}(t)\rangle$$

   onde $\langle\ ,\ \rangle$ denota o produto interno usual do $I\!R^n$.

   (b) Calcule

$$\frac{d}{dt}\|x(t)\|^2 = \frac{d}{dt}\langle x(t),\ x(t)\rangle$$

   (c) Se A é uma matriz anti simétrica (isto é $A^* = -A$), então mostre que as soluções do sistema diferencial linear $\dot{x} = Ax$, permanecem em superfícies esféricas centradas na origem.