

Introdução às Equações Diferenciais

Cáceres, 26 a 31 de julho de 2004

4ª Aula - Dia 29/06/2004

Assuntos a serem cobertos na aula:

1. Raízes complexas (seções 3.4 - pág. 82)
2. Raízes repetidas (seção 3.5 - pág. 86)
3. Equações não homogêneas
 - (a) Método dos coeficientes indeterminados
 - (b) Método da variação dos parâmetros
4. Equações sem a variável independente (pág. 73)

Exercícios

1. Lista de problemas da página 85 do livro texto.
1, 7, 10, 15, 17, 18, 28, 38.
2. Lista de problemas da página 89 do livro texto.
1, 4, 13, 14, 23, 24.
3. Lista de problemas da página 95 do livro texto.
1, 2, 3, 6, 7, , 9, 11, 13.
4. Lista de problemas da página 98 do livro texto.
2, 5, 13
5. Resolva as seguintes equações diferenciais
 - (a) $4y'' + 4y' + y = 3xe^x$
 - (b) $\ddot{x} + x = \sec t$
 - (c) $y^{(3)} - y'' - 12y' = x - 2xe^{-3x}$
6. Lista de problemas da página 73 do livro texto.
34, 35, 36.
7. Se p e q são constantes positivas e $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, mostre que para quaisquer soluções $\phi_1(t)$ e $\phi_2(t)$ de

$$\ddot{x} + p\dot{x} + qx = f(t)$$

tem-se

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\phi_1(t) - \phi_2(t)] = 0$$

Exercícios opcionais

1. Consideremos a equação diferencial $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$, onde $p(x)$ e $q(x)$ são funções contínuas no intervalo (a,b) . Discuta se é válido ou não o seguinte teorema de existência e unicidade: “se $x_0 \in (a, b)$ e c e d são números reais dados, então existe uma e uma só solução da equação acima que satisfaz $y'(x_0) = c$ e $y''(x_0) = d$ ”. Justifique sua resposta, isto é, prove ou dê contra-exemplo.
2. Dado que $y_1 = x$ é solução de $x^2y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 0$, encontre uma segunda solução L.I. Calcule o Wronskiano dessas soluções. Comente o fato dele se anular em $x = 0$.
3. Sabendo que y_1 é solução da EDO encontre uma segunda solução L.I.
 - (a) $4x^2y'' + y = 0$; $y_1 = \sqrt{x}$
 - (b) $xy'' - 2(x+1)y' + 4y = 0$; $y_1 = e^{2x}$
4. Existe uma equação linear de segunda ordem com coeficientes constantes reais cuja solução geral seja da forma $c_1 \exp 2t + c_2 \exp 3t \cos 2t$?
5. Consideremos a equação diferencial $y'' + \cos x y' + xy = 0$ e sejam y_1 e y_2 as soluções que satisfazem as condições $y_1'(0) = 1$, $y_1(0) = 2$, $y_2'(0) = 3$ e $y_2(0) = 4$. Definamos a função $v(x) = y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x)$. Calcule $v(\pi/2)$.