

## MA-351 5ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Assunto: Séries de Potências

1. Encontrar o intervalo de convergência das seguintes séries de potências (Verificar a convergência nos extremos dos intervalos)

$$\begin{aligned} a) \sum \frac{n^2+1}{n!} x^n & \quad b) \sum \frac{(-1)^n (x-3)^n}{n!} \\ c) \sum \frac{3^n}{n^2} (2x-1)^n & \quad d) \sum \frac{1}{n+2} x^{2n+1} \\ e) \sum \frac{1}{\sqrt{2n+1}} (x+2)^n & \quad f) \sum \frac{1}{(\ln n)^n} (x-1)^n \end{aligned}$$

2. Encontrar uma representação por série de potências de  $x$  para as seguintes funções

$$\begin{aligned} a) \frac{1}{1-2x} & \quad b) \frac{1}{1+4x^2} \\ c) \frac{x}{1+4x^2} & \quad d) \frac{x-1}{x+1} \\ e) \frac{8x}{(1+x^2)^2} & \quad f) \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \end{aligned}$$

3. Encontrar uma representação por série de potências em torno do ponto  $a$  indicado e determinar o raio de convergência.

$$\begin{aligned} a) e^{2x}, \quad a = 0 & \quad b) \cos x, \quad a = \pi/4 \\ c) 1 + x^3, \quad a = 2 & \quad d) \ln(3+x), \quad a = 1 \\ e) 2^x, \quad a = 0 & \quad f) \frac{\sin x}{x}, \quad a = 0 \end{aligned}$$

4. Determine o valor das quantias abaixo com erro inferior a 0.001

$$a) \sin 2 \quad b) \ln(1, 1) \quad c) \int_0^{1/4} \frac{1}{1+x^2} dx$$

5. Ache uma solução em série de potências da equação diferencial

$$y' = 4y, \quad y' = x^2 y$$

6. Se  $f(x)$  tem derivadas de todas as ordens e  $f^{(n)} = 0$  para  $n \geq N$ , podemos afirmar que  $f(x)$  é um polinômio de grau menor que  $N$ ?

7. Se  $N$  é um número natural, verifique se a solução de

$$\dot{x} = x - \frac{t^N}{N!}, \quad x(0) = 1,$$

é um polinômio.

8. Se  $y(x)$  é a solução do P.V.I.

$$y'' + xy' + (2x^2 + 1)y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

Determine um número suficiente de termos da série de potências de  $y(x)$  para calcular  $y(1/2)$  com quatro casas decimais de precisão.

9. Seja

$$f(x) = 1 + \sum_1^{\infty} \frac{m(m-1) \cdots (m-(n-1))}{n!} x^n, \quad |x| < 1.$$

Mostre que  $f(x) = (1+x)^m$ . Sugestão:  $\frac{d}{dx} \left( \frac{f(x)}{(1+x)^m} \right)$