

B.3.1 Alguns Desenvolvimentos Analíticos

Qualquer que seja $z \in \mathbb{C}$,

$$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}. \quad (2.15)$$

Para qualquer $z \in \mathbb{C}$, com $|z| < 1$, tem-se

$$\log(1+z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{z^n}{n} \quad (2.16)$$

$$\log(1-z) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n} \quad (2.17)$$

$$\log \frac{1+z}{1-z} = 2 \operatorname{arg} \tanh(z) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{2n+1} \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{(1-z)^{k+1}} = \sum_{n=k}^{\infty} \binom{n}{k} z^{n-k} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+k}{k} z^n, \quad (2.19)$$

para qualquer $k \in \mathbb{N}$

$$\operatorname{arctg}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{2n+1} \quad (2.20)$$

$$\operatorname{arcsen}(z) = z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(2^n n!)^2} \frac{z^{2n+1}}{2n+1} \quad (2.21)$$

$$(1+z)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!} z^n, \quad (2.22)$$

para $\alpha \in \mathbb{C} - \mathbb{N}$

Se $\alpha \in \mathbb{N}$, então a igualdade (2.22) é válida para qualquer $z \in \mathbb{C}$.

B.4 Elementos de Equações a Diferenças

B.4.1 Definição

Por vezes, um problema de probabilidade pode ser resolvido mais facilmente em termos de **equações a diferenças finitas**, isto é, uma equação do tipo

$$g(n, y_n, \Delta y_n, \dots, \Delta^k y_n) = 0, \quad (2.23)$$

onde g é uma função de \mathbb{R}^{k+2} em \mathbb{R} , $(y_n)_n$ é uma seqüência desconhecida e Δ é o operador de diferenças à frente, definido por:

$$\Delta y_n := \Delta^1 y_n = y_{n+1} - y_n, \quad \Delta^k y_n = \Delta(\Delta^{k-1} y_n), \quad k \geq 2.$$

Por exemplo,

$$\Delta^2 y_n = \Delta(\Delta y_n) = y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n.$$

B.4.2 Equações Lineares com Coeficientes Constantes

As equações a diferenças lineares com coeficientes constantes formam um caso especial de (2.23), quando g é uma função linear com coeficientes α_i 's constantes. As equações são escritas como:

$$y_{n+k} + \alpha_1 y_{n+k-1} + \dots + \alpha_{k-1} y_{n+1} + \alpha_k y_n = z_n, \quad (2.24)$$

onde $n \in \mathbb{N}$.

Se $\alpha_k \neq 0$ (sendo k o termo mais alto com coeficiente não-nulo), a equação é dita de **ordem** k . A equação é chamada de **não-homogênea** (resp. **homogênea**) se $z_n \neq 0$ (resp. $z_n = 0$). O **polinômio característico** $\varphi(\lambda)$ de (2.24) é definido por

$$\varphi(\lambda) = \lambda^k + \alpha_1 \lambda^{k-1} + \dots + \alpha_{k-1} \lambda + \alpha_k.$$

Seja

$$y_{n+k} + \alpha_1 y_{n+k-1} + \cdots + \alpha_{k-1} y_{n+1} + \alpha_k y_n = 0 \quad (2.25)$$

a equação homogênea de (2.24).

Proposição B.4.1

Suponha a equação a diferenças dada por (2.25), isto é

$$y_{n+k} + \alpha_1 y_{n+k-1} + \cdots + \alpha_{k-1} y_{n+1} + \alpha_k y_n = 0.$$

Sua solução pode ser resumida a seguir.

A cada raiz simples, λ , da equação característica $\varphi(\lambda) = 0$ associada à (2.25), temos a solução especial $c\lambda^n$ (onde c é uma constante qualquer) da equação homogênea (2.25).

(ii) A cada raiz real, λ , com multiplicidade $l > 1$, de $\varphi(\lambda) = 0$, associamos a solução especial

$$(c_0 + c_1 n + c_2 n^2 + \cdots + c_{l-1} n^{l-1}) \lambda^n,$$

onde c_0, c_1, \dots, c_{l-1} são constantes quaisquer.

(iii) A cada par de raízes (conjugadas) complexas, de módulo ρ e argumento θ , associamos a solução especial

$$(A_0 \cos(n\theta + B_0) + \cdots + A_{l-1} n^{l-1} \cos(n\theta + B_{l-1}))$$

onde l é a multiplicidade da raiz complexa e $A_0, \dots, A_{l-1}, B_0, \dots, B_{l-1}$ constantes quaisquer.

A soma das soluções especiais da equação 2.25 tem k constantes arbitrárias, que são determinadas por suas condições iniciais.

A **solução geral** da equação 2.24 é obtida adicionando-se uma solução especial dessa equação não-homogênea à solução da equação homogênea 2.25.

Exemplo B.4.1 (Equação não homogênea de segunda ordem)

Suponha que, para cada $n = 0, 1, \dots$, tenhamos

$$y_{n+2} - y_{n+1} - 6y_n = 2^n.$$

O polinômio característico pode ser escrito como

$$\varphi(\lambda) = \lambda^2 - \lambda - 6 = 0.$$

Temos, portanto, duas raízes: $\lambda_1 = 3$ e $\lambda_2 = -2$. Então, uma solução da equação homogênea vai ser dada por

$$y_n^h = c_1 3^n + c_2 (-2)^n,$$

onde $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

Para achar a solução geral, devemos encontrar uma solução especial, y_n^0 , da equação não-homogênea. Consideramos a solução especial

$$y_n^0 = c2^n,$$

com c determinado pelas condições iniciais:

$$c = -\frac{1}{4}.$$

Então, uma solução geral é dada por

$$y_n = c_1 3^n + c_2 (-2)^n - \frac{1}{4} 2^n.$$

Apêndice C

Tabelas de Distribuições

Tabela C.1: Tabela de Distribuições Discretas - I

Dist.	Suporte	Massa
$b(p)$	$\{0, 1\}$	$(1 - p)\mathbf{1}_{\{0\}} + p\mathbf{1}_{\{1\}}$
$Bin(n; p)$	$\{0, \dots, n\}$	$\binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$
$G(p)$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	$p(1 - p)^{k-1}$
$BN(r, p)$	$\{r, r + 1, r + 2, \dots\}$	$\binom{r + k - 1}{k} p^r (1 - p)^{k-r}$
$Po(\lambda)$	\mathbb{N}	$\exp(-\lambda) \frac{\lambda^k}{k!}$
$H(N, n, p)$	$\{m_0, \dots, m_1\}$ $m_0 = \max(0, n - N(1 - p))$ $m_1 = \min(n, Np)$	$\frac{\binom{Np}{k} \binom{N(1-p)}{n-k}}{\binom{N}{n}}$
$U_n\{x_1, \dots, x_n\}$	$\{x_1, \dots, x_n\}$	$\frac{1}{n}$

Tabela C.2: Tabela de Distribuições Contínuas - I

Dist.	Suporte	Densidade
$U(a, b)$	(a, b)	$\frac{1}{b-a}$
$Exp(\lambda)$	\mathbb{R}^+	$\lambda \exp(-\lambda x)$
$Gama(s, \lambda)$	\mathbb{R}^+	$\frac{\lambda^s}{\Gamma(s)} x^{s-1} \exp(-\lambda x)$
$Beta(a, b)$	$(0, 1)$	$\frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{B(a, b)}$
$N(\mu, \sigma^2)$	\mathbb{R}	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2$
t_n	\mathbb{R}	$\frac{\Gamma((n+1)/2)}{\sqrt{n\pi}\Gamma(n/2)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}$
$F(m, n)$	\mathbb{R}^+	$\frac{\Gamma((m+n)/2)}{\Gamma(m/2)\Gamma(n/2)} \frac{m}{n} \left(\frac{mx}{n}\right)^{\frac{m}{2}-1} \left(1 + \frac{m}{n}x\right)^{-\frac{m+n}{2}}$
$C(m, a)$	\mathbb{R}	$\frac{a}{\pi} \frac{1}{a^2 + (x-m)^2}$

Tabela C.3: Tabela de Distribuições Discretas - II

Dist.	Esperança	Variância	Função Característica
$b(p)$	p	$p(1-p)$	$p \exp(it) + 1 - p$
$Bin(n; p)$	np	$np(1-p)$	$(p \exp(it) + 1 - p)^n$
$G(p)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$\frac{p \exp(it)}{1 - (1-p) \exp(it)}$
$BN(r, p)$	$\frac{r}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$	$\left(\frac{p \exp(it)}{1 - (1-p) \exp(it)} \right)^r$
$Po(\lambda)$	λ	λ	$\exp(\lambda(\exp(it) - 1))$
$H(N, m, m)$	np	$np(1-p) \frac{N-n}{N-1}$	(3.1)
$U_n\{x_1, \dots, x_n\}$	$\bar{x}_n := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	$\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$	$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \exp(itx_k)$

$$\frac{\binom{N(1-p)}{n}}{\binom{N}{n}} F(-n, -Np, N(1-p) - n + 1, e^{it}) \quad (3.1)$$

onde F é a função hipergeométrica

$$F(x, y, z, t) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{j=1}^k \frac{(x+j-1)(y+j-1)}{(z+j-1)} \frac{t^k}{k!}$$

Tabela C.4: Tabela de Distribuições Contínuas- II

Dist.	Esperança	Variância	Função Característica
$U(a, b)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$2 \frac{\exp\left(\frac{it(a+b)}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{t(b-a)}{2}\right)}{t(b-a)}$
$Exp(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{\lambda - it}$
$Gama(s, \lambda)$	$\frac{s}{\lambda}$	$\frac{s}{\lambda^2}$	$\left(\frac{\lambda}{\lambda - it}\right)^s$
$Beta(a, b)$	$\frac{a}{a+b}$	$\frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2}$	não há fórmula fechada
$N(\mu, \sigma^2)$	μ	σ^2	$\exp\left(it\mu - \frac{1}{2}t^2\sigma^2\right)$
t_n	0 para $n \geq 2$	$\frac{n}{n-2}$ para $n \geq 3$	
$F(m, n)$	$\frac{n}{n-2}$ para $n \geq 3$	$\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ para $n \geq 5$	
$C(m, a)$	Não existe	Não existe	$\exp\left(itm - \frac{1}{2}a t \right)$

Tabela C.5: Valores Tabelados de $\Phi(x)$

a / b	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00+	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,10+	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,20+	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,30+	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,40+	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,50+	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,60+	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,70+	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,80+	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,90+	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,00+	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,10+	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,20+	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,30+	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,40+	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,50+	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,60+	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,70+	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,80+	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,90+	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,00+	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,10+	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,20+	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,30+	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,40+	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,50+	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,60+	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,70+	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,80+	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	0,9981
2,90+	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,00+	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,10+	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,20+	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,30+	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,40+	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,50+	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,60+	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,70+	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,80+	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

O argumento de $\Phi(x)$ é dado por $x = a + b$.

Tabela C.6: Valores Tabelados de $\Phi^{-1}(x) - I$

a / b	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00+		-3,0902	-2,8782	-2,7478	-2,6521	-2,5758	-2,5121	-2,4573	-2,4089	-2,3656
0,01+	-2,3263	-2,2904	-2,2571	-2,2262	-2,1973	-2,1701	-2,1444	-2,1201	-2,0969	-2,0749
0,02+	-2,0537	-2,0335	-2,0141	-1,9954	-1,9774	-1,9600	-1,9431	-1,9268	-1,9110	-1,8957
0,03+	-1,8808	-1,8663	-1,8522	-1,8384	-1,8250	-1,8119	-1,7991	-1,7866	-1,7744	-1,7624
0,04+	-1,7507	-1,7392	-1,7279	-1,7169	-1,7060	-1,6954	-1,6849	-1,6747	-1,6646	-1,6546
0,05+	-1,6449	-1,6352	-1,6258	-1,6164	-1,6072	-1,5982	-1,5893	-1,5805	-1,5718	-1,5632
0,06+	-1,5548	-1,5464	-1,5382	-1,5301	-1,5220	-1,5141	-1,5063	-1,4985	-1,4909	-1,4833
0,07+	-1,4758	-1,4684	-1,4611	-1,4538	-1,4466	-1,4395	-1,4325	-1,4255	-1,4187	-1,4118
0,08+	-1,4051	-1,3984	-1,3917	-1,3852	-1,3787	-1,3722	-1,3658	-1,3595	-1,3532	-1,3469
0,09+	-1,3408	-1,3346	-1,3285	-1,3225	-1,3165	-1,3106	-1,3047	-1,2988	-1,2930	-1,2873
0,10+	-1,2816	-1,2759	-1,2702	-1,2646	-1,2591	-1,2536	-1,2481	-1,2426	-1,2372	-1,2319
0,11+	-1,2265	-1,2212	-1,2160	-1,2107	-1,2055	-1,2004	-1,1952	-1,1901	-1,1850	-1,1800
0,12+	-1,1750	-1,1700	-1,1650	-1,1601	-1,1552	-1,1503	-1,1455	-1,1407	-1,1359	-1,1311
0,13+	-1,1264	-1,1217	-1,1170	-1,1123	-1,1077	-1,1031	-1,0985	-1,0939	-1,0893	-1,0848
0,14+	-1,0803	-1,0758	-1,0714	-1,0669	-1,0625	-1,0581	-1,0537	-1,0494	-1,0450	-1,0407
0,15+	-1,0364	-1,0322	-1,0279	-1,0237	-1,0194	-1,0152	-1,0110	-1,0069	-1,0027	-0,9986
0,16+	-0,9945	-0,9904	-0,9863	-0,9822	-0,9782	-0,9741	-0,9701	-0,9661	-0,9621	-0,9581
0,17+	-0,9542	-0,9502	-0,9463	-0,9424	-0,9385	-0,9346	-0,9307	-0,9269	-0,9230	-0,9192
0,18+	-0,9154	-0,9116	-0,9078	-0,9040	-0,9002	-0,8965	-0,8927	-0,8890	-0,8853	-0,8816
0,19+	-0,8779	-0,8742	-0,8705	-0,8669	-0,8633	-0,8596	-0,8560	-0,8524	-0,8488	-0,8452
0,20+	-0,8416	-0,8381	-0,8345	-0,8310	-0,8274	-0,8239	-0,8204	-0,8169	-0,8134	-0,8099
0,21+	-0,8064	-0,8030	-0,7995	-0,7961	-0,7926	-0,7892	-0,7858	-0,7824	-0,7790	-0,7756
0,22+	-0,7722	-0,7688	-0,7655	-0,7621	-0,7588	-0,7554	-0,7521	-0,7488	-0,7454	-0,7421
0,23+	-0,7388	-0,7356	-0,7323	-0,7290	-0,7257	-0,7225	-0,7192	-0,7160	-0,7128	-0,7095
0,24+	-0,7063	-0,7031	-0,6999	-0,6967	-0,6935	-0,6903	-0,6871	-0,6840	-0,6808	-0,6776
0,25+	-0,6745	-0,6713	-0,6682	-0,6651	-0,6620	-0,6588	-0,6557	-0,6526	-0,6495	-0,6464
0,26+	-0,6433	-0,6403	-0,6372	-0,6341	-0,6311	-0,6280	-0,6250	-0,6219	-0,6189	-0,6158
0,27+	-0,6128	-0,6098	-0,6068	-0,6038	-0,6008	-0,5978	-0,5948	-0,5918	-0,5888	-0,5858
0,28+	-0,5828	-0,5799	-0,5769	-0,5740	-0,5710	-0,5681	-0,5651	-0,5622	-0,5592	-0,5563
0,29+	-0,5534	-0,5505	-0,5476	-0,5446	-0,5417	-0,5388	-0,5359	-0,5330	-0,5302	-0,5273
0,30+	-0,5244	-0,5215	-0,5187	-0,5158	-0,5129	-0,5101	-0,5072	-0,5044	-0,5015	-0,4987
0,31+	-0,4959	-0,4930	-0,4902	-0,4874	-0,4845	-0,4817	-0,4789	-0,4761	-0,4733	-0,4705
0,32+	-0,4677	-0,4649	-0,4621	-0,4593	-0,4565	-0,4537	-0,4510	-0,4482	-0,4454	-0,4427
0,33+	-0,4399	-0,4372	-0,4344	-0,4316	-0,4289	-0,4261	-0,4234	-0,4207	-0,4179	-0,4152
0,34+	-0,4125	-0,4097	-0,4070	-0,4043	-0,4016	-0,3989	-0,3961	-0,3934	-0,3907	-0,3880
0,35+	-0,3853	-0,3826	-0,3799	-0,3772	-0,3745	-0,3719	-0,3692	-0,3665	-0,3638	-0,3611
0,36+	-0,3585	-0,3558	-0,3531	-0,3505	-0,3478	-0,3451	-0,3425	-0,3398	-0,3372	-0,3345
0,37+	-0,3319	-0,3292	-0,3266	-0,3239	-0,3213	-0,3186	-0,3160	-0,3134	-0,3107	-0,3081
0,38+	-0,3055	-0,3029	-0,3002	-0,2976	-0,2950	-0,2924	-0,2898	-0,2871	-0,2845	-0,2819
0,39+	-0,2793	-0,2767	-0,2741	-0,2715	-0,2689	-0,2663	-0,2637	-0,2611	-0,2585	-0,2559
0,40+	-0,2533	-0,2508	-0,2482	-0,2456	-0,2430	-0,2404	-0,2378	-0,2353	-0,2327	-0,2301
0,41+	-0,2275	-0,2250	-0,2224	-0,2198	-0,2173	-0,2147	-0,2121	-0,2096	-0,2070	-0,2045
0,42+	-0,2019	-0,1993	-0,1968	-0,1942	-0,1917	-0,1891	-0,1866	-0,1840	-0,1815	-0,1789
0,43+	-0,1764	-0,1738	-0,1713	-0,1687	-0,1662	-0,1637	-0,1611	-0,1586	-0,1560	-0,1535
0,44+	-0,1510	-0,1484	-0,1459	-0,1434	-0,1408	-0,1383	-0,1358	-0,1332	-0,1307	-0,1282
0,45+	-0,1257	-0,1231	-0,1206	-0,1181	-0,1156	-0,1130	-0,1105	-0,1080	-0,1055	-0,1030
0,46+	-0,1004	-0,0979	-0,0954	-0,0929	-0,0904	-0,0878	-0,0853	-0,0828	-0,0803	-0,0778
0,47+	-0,0753	-0,0728	-0,0702	-0,0677	-0,0652	-0,0627	-0,0602	-0,0577	-0,0552	-0,0527
0,48+	-0,0502	-0,0476	-0,0451	-0,0426	-0,0401	-0,0376	-0,0351	-0,0326	-0,0301	-0,0276
0,49+	-0,0251	-0,0226	-0,0201	-0,0175	-0,0150	-0,0125	-0,0100	-0,0075	-0,0050	-0,0025
0,50+	0,0000	0,0025	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0201	0,0226

O argumento de $\Phi^{-1}(x)$ é dado por $x = a + b$.

Tabela C.7: Valores Tabelados de $\Phi^{-1}(x)$ - II

a / b	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,51+	0,0251	0,0276	0,0301	0,0326	0,0351	0,0376	0,0401	0,0426	0,0451	0,0476
0,52+	0,0502	0,0527	0,0552	0,0577	0,0602	0,0627	0,0652	0,0677	0,0702	0,0728
0,53+	0,0753	0,0778	0,0803	0,0828	0,0853	0,0878	0,0904	0,0929	0,0954	0,0979
0,54+	0,1004	0,1030	0,1055	0,1080	0,1105	0,1130	0,1156	0,1181	0,1206	0,1231
0,55+	0,1257	0,1282	0,1307	0,1332	0,1358	0,1383	0,1408	0,1434	0,1459	0,1484
0,56+	0,1510	0,1535	0,1560	0,1586	0,1611	0,1637	0,1662	0,1687	0,1713	0,1738
0,57+	0,1764	0,1789	0,1815	0,1840	0,1866	0,1891	0,1917	0,1942	0,1968	0,1993
0,58+	0,2019	0,2045	0,2070	0,2096	0,2121	0,2147	0,2173	0,2198	0,2224	0,2250
0,59+	0,2275	0,2301	0,2327	0,2353	0,2378	0,2404	0,2430	0,2456	0,2482	0,2508
0,60+	0,2533	0,2559	0,2585	0,2611	0,2637	0,2663	0,2689	0,2715	0,2741	0,2767
0,61+	0,2793	0,2819	0,2845	0,2871	0,2898	0,2924	0,2950	0,2976	0,3002	0,3029
0,62+	0,3055	0,3081	0,3107	0,3134	0,3160	0,3186	0,3213	0,3239	0,3266	0,3292
0,63+	0,3319	0,3345	0,3372	0,3398	0,3425	0,3451	0,3478	0,3505	0,3531	0,3558
0,64+	0,3585	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3745	0,3772	0,3799	0,3826
0,65+	0,3853	0,3880	0,3907	0,3934	0,3961	0,3989	0,4016	0,4043	0,4070	0,4097
0,66+	0,4125	0,4152	0,4179	0,4207	0,4234	0,4261	0,4289	0,4316	0,4344	0,4372
0,67+	0,4399	0,4427	0,4454	0,4482	0,4510	0,4538	0,4565	0,4593	0,4621	0,4649
0,68+	0,4677	0,4705	0,4733	0,4761	0,4789	0,4817	0,4845	0,4874	0,4902	0,4930
0,69+	0,4959	0,4987	0,5015	0,5044	0,5072	0,5101	0,5129	0,5158	0,5187	0,5215
0,70+	0,5244	0,5273	0,5302	0,5330	0,5359	0,5388	0,5417	0,5446	0,5476	0,5505
0,71+	0,5534	0,5563	0,5592	0,5622	0,5651	0,5681	0,5710	0,5740	0,5769	0,5799
0,72+	0,5828	0,5858	0,5888	0,5918	0,5948	0,5978	0,6008	0,6038	0,6068	0,6098
0,73+	0,6128	0,6158	0,6189	0,6219	0,6250	0,6280	0,6311	0,6341	0,6372	0,6403
0,74+	0,6433	0,6464	0,6495	0,6526	0,6557	0,6588	0,6620	0,6651	0,6682	0,6713
0,75+	0,6745	0,6776	0,6808	0,6840	0,6871	0,6903	0,6935	0,6967	0,6999	0,7031
0,76+	0,7063	0,7095	0,7128	0,7160	0,7192	0,7225	0,7257	0,7290	0,7323	0,7356
0,77+	0,7388	0,7421	0,7454	0,7488	0,7521	0,7554	0,7588	0,7621	0,7655	0,7688
0,78+	0,7722	0,7756	0,7790	0,7824	0,7858	0,7892	0,7926	0,7961	0,7995	0,8030
0,79+	0,8064	0,8099	0,8134	0,8169	0,8204	0,8239	0,8274	0,8310	0,8345	0,8381
0,80+	0,8416	0,8452	0,8488	0,8524	0,8560	0,8596	0,8633	0,8669	0,8705	0,8742
0,81+	0,8779	0,8816	0,8853	0,8890	0,8927	0,8965	0,9002	0,9040	0,9078	0,9116
0,82+	0,9154	0,9192	0,9230	0,9269	0,9307	0,9346	0,9385	0,9424	0,9463	0,9502
0,83+	0,9542	0,9581	0,9621	0,9661	0,9701	0,9741	0,9782	0,9822	0,9863	0,9904
0,84+	0,9945	0,9986	1,0027	1,0069	1,0110	1,0152	1,0194	1,0237	1,0279	1,0322
0,85+	1,0364	1,0407	1,0450	1,0494	1,0537	1,0581	1,0625	1,0669	1,0714	1,0758
0,86+	1,0803	1,0848	1,0893	1,0939	1,0985	1,1031	1,1077	1,1123	1,1170	1,1217
0,87+	1,1264	1,1311	1,1359	1,1407	1,1455	1,1503	1,1552	1,1601	1,1650	1,1700
0,88+	1,1750	1,1800	1,1850	1,1901	1,1952	1,2004	1,2055	1,2107	1,2160	1,2212
0,89+	1,2265	1,2319	1,2372	1,2426	1,2481	1,2536	1,2591	1,2646	1,2702	1,2759
0,90+	1,2816	1,2873	1,2930	1,2988	1,3047	1,3106	1,3165	1,3225	1,3285	1,3346
0,91+	1,3408	1,3469	1,3532	1,3595	1,3658	1,3722	1,3787	1,3852	1,3917	1,3984
0,92+	1,4051	1,4118	1,4187	1,4255	1,4325	1,4395	1,4466	1,4538	1,4611	1,4684
0,93+	1,4758	1,4833	1,4909	1,4985	1,5063	1,5141	1,5220	1,5301	1,5382	1,5464
0,94+	1,5548	1,5632	1,5718	1,5805	1,5893	1,5982	1,6072	1,6164	1,6258	1,6352
0,95+	1,6449	1,6546	1,6646	1,6747	1,6849	1,6954	1,7060	1,7169	1,7279	1,7392
0,96+	1,7507	1,7624	1,7744	1,7866	1,7991	1,8119	1,8250	1,8384	1,8522	1,8663
0,97+	1,8808	1,8957	1,9110	1,9268	1,9431	1,9600	1,9774	1,9954	2,0141	2,0335
0,98+	2,0537	2,0749	2,0969	2,1201	2,1444	2,1701	2,1973	2,2262	2,2571	2,2904
0,99+	2,3263	2,3656	2,4089	2,4573	2,5121	2,5758	2,6521	2,7478	2,8782	3,0902

O argumento de $\Phi^{-1}(x)$ é dado por $x = a + b$.

Apêndice D

Notação

A, B, C	Conjuntos	
$A \cup B$	União de A e B	11
$A \cap B$	Intersecção de A e B	11
$A \Delta B$	Diferença Simétrica entre A e B	12
A^c	Complementar de A	11
$A - B$	Subtração de conjuntos	11
Ξ	Conjunto de ações	1
$ A $	Cardinalidade de A	4
$t \in A$	t é elemento de A	10
\emptyset	Conjunto vazio	24
$\cup_n A_n$	União de A_n , para $n \in \mathbb{N}^*$	11
$\cap_n A_n$	Intersecção de A_n , para $n \in \mathbb{N}^*$	11
$\cup_I A_i$	União de A_i , para $i \in I$	24
$\cap_I A_i$	Intersecção de A_i , para $i \in I$	24
\subset	Contido em	11
\mathbb{N}^*	Números Naturais - $\{1, 2, 3, \dots\}$	
\mathbb{N}	$\mathbb{N}^* \cup \{0\} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$	4
\mathbb{Q}	Números Racionais	270
\mathbb{R}	Números Reais	
\mathbb{R}^+	Números Reais Positivos	4
\mathbb{R}^-	Números Reais Negativos	
\mathbb{Z}	Números Inteiros	7
\mathbb{C}	Números Complexos	283

■	Fim da demonstração	17
\Rightarrow	Implicação	46
\exists	Existe	127
$\lceil x \rceil$	Menor inteiro maior do que ou igual a x	138
$\lfloor x \rfloor$	Maior inteiro menor do que ou igual a x	135
$o(h)$	Infinitésimo de h	167
\asymp	Assintoticamente Igual	20
$\mathcal{Re}(z)$	Parte Real de z	283
$\mathcal{Im}(z)$	Parte Imaginária de z	283
$ z $	Módulo z	283
$\mathcal{Arg}(z)$	Argumento de z	283
$\mathcal{C}(A)$	Espaço de funções contínuas sobre A	8
$\sup_{t \in A} f(t)$	Supremo da função f para $t \in A$	10
\forall	Para todo	24
\Leftrightarrow	Se e somente se	24
$\lim_{n \rightarrow \infty}$	Limite quando $n \rightarrow \infty$	36
\mathcal{S}_n	Conjunto das Permutações de n elementos	12
$\binom{n}{k}$	Coefficiente Binomial	12
$(n)_k$	Arranjo de n elementos k a k	16
$\binom{n}{r_1, \dots, r_k}$	Coefficiente Multinomial	20
$n!$	Fatorial de n	4
$h_k(N, n, m)$	Coefficiente Hipergeométrico	22
$\mathcal{P}(\Omega)$	Conjunto das Partes de Ω	35
Ω	Espaço Amostral	3
ω	resultado elementar - elemento de Ω	3
\mathcal{F}	Sigma-álgebra	33
\mathbb{P}	Medida de Probabilidade	34
$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$	Espaço de Probabilidade	34
$\mathbb{P}(A B)$	Probabilidade Condicional de A dado B	37
\mathcal{E}	Experimento Aleatório	50

X, Y, Z, W	Variáveis Aleatórias59
x, y, z, w	Observações de X, Y, Z, W66
$[X \in A]$	Elemento de \mathcal{F} que nos dá valores de X em A66
fd	Função de Distribuição Acumulada69
F_X	Função de Distribuição Acumulada de X69
$X \sim F$	A v.a. X segue uma distribuição F69
\mathbb{P}_X	Probabilidade Gerada por X70
p_X	Função de Massa de X88
\equiv	Relação de Equivalência74
f_X	Função de Densidade de X77
$\mathbb{E}(X)$	Esperança de X81
$\mathbf{1}_A$	Função Indicadora de A90
Imagem(X)	Imagem de X94
μ_k	Momento de Ordem k96
α_k	Momento central de Ordem k99
σ_k	Momento central absoluto de Ordem k100
M_X	Função Geratriz de Momentos de X102
$\arg_{i \in I} \{P(i)\}$	Argumento - elem. de I que torna P verd.109
q_α	α -ésimo Quantil111
Q_j	j -ésimo Quartil111
P_j	j -ésimo Percentil111
DI	Desvio Interquartílico112
DM	Desvio Médio112
$\phi_X(t)$	Função Geratriz de Probabilidades171
F^-	Função Inversa Generalizada de F196
E	Experimento de Bernoulli130
S	Sucesso num Experimento de Bernoulli130
\mathcal{F}	Fracasso num Experimento de Bernoulli130
$b(p)$	Distribuição Bernoulli de parâmetro p171
$Bin(n, p)$	Distribuição Binomial de parâmetros n e p132
$G(p)$	Distribuição Geométrica de parâmetro p143

$BN(r, p)$	Distribuição Binomial Negativa de parâmetros r e p ..	146
$H(N, m, n)$	Distribuição Hipergeométrica de parâmetros N , m e n	153
$Po(\lambda)$	Distribuição Poisson de parâmetro λ	164
$U_n \{1, 2, \dots, n\}$	Distribuição Uniforme Discreta em $\{1, 2, \dots, n\}$	171
$U(0, 1)$	Distribuição Uniforme-padrão	192
$U(a, b)$	Distribuição Uniforme em (a, b)	193
$N(0, 1)$	Distribuição Normal-padrão	199
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal com parâmetros μ e σ^2	201
ϕ	Função-densidade da Normal-padrão	202
Φ	Função de Distribuição da Normal-padrão	202
$Exp(\lambda)$	Distribuição Exponencial com parâmetro λ	204
S_X	Função de Sobrevivência de uma Exponencial	208
$E(n, \lambda)$	Distribuição Erlang com parâmetros n e λ	211
$\Gamma(\cdot)$	Função Gama	213
$Gama(r, \lambda)$	Distribuição Gama com parâmetros r e λ	215
$B(\cdot, \cdot)$	Função Beta	219
$Beta(\alpha, \beta)$	Distribuição Beta com parâmetros α e β	220
$C(0, 1)$	Distribuição Cauchy-padrão	227
$C(m, a)$	Distribuição Cauchy com parâmetros m e a	229
$EE(\lambda)$	Distribuição Exponencial Dupla com parâmetro λ ...	230
$We(\lambda, \gamma)$	Distribuição Weibull com parâmetros λ e γ	235
χ_n^2	Distribuição Qui-quadrado com n graus de liberdade ..	235
t_n	Distribuição t de Student com n graus de liberdade ...	236
$F(n_1, n_2)$	Distribuição F com n_1 e n_2 graus de liberdade	236

Bibliografia

- [1] Berger M.A. *An Introduction to Probability and Stochastic Processes*. Springer-Verlag, Nova Iorque, 1993.
- [2] Bolfarine, H. & Sandoval, M.C. *Introdução à Inferência Estatística*. Coleção Matemática Aplicada. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2001.
- [3] Bose, R.C. & Manvel, B. *Introduction to Combinatorial Theory*. John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1984.
- [4] Bouleau, N. *Probabilité de l'Ingénieur*. Hermann, Paris, 1986.
- [5] Brémaud, P. *Introduction aux Probabilités*. Springer-Verlag, Berlim, 1988.
- [6] Cacoullos, T. *Exercises in Probability*. Springer-Verlag, Nova Iorque, 1989.
- [7] Dacunha-Castelle, D. & Duflo, M. *Probabilités et Statistiques Vol. 1*. Masson, Paris, 1982.
- [8] Devlin, K. *The Joy of Sets : Fundamentals of Contemporary Set Theory*. Undergraduate texts in mathematics. Springer-Verlag, Nova Iorque, 1993.
- [9] Dostoiévski, F. *Obra Completa (em quatro volumes)*. Editora Nova Aguilar, Rio de Janeiro, 1995.
- [10] Durrett, R. *Probability: Theories and Examples*. Wadsworth, Belmont, 1991.
- [11] Feller, W. On the normal approximation to the binomial distribution. *Ann. Math. Stat.* Vol **16**, pp 319-329, 1945.

- [12] Feller, W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications Vol. 1.* John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1968.
- [13] Feller, W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications Vol. 2.* John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1971.
- [14] Grimmett, G.R. & Stirzaker, D.R., *Probability and Random Processes.* Clarendon Press, Oxford, 1994.
- [15] Gruder, O. 9th *International Congress of Actuaries.* Vol. II, p 222,1930.
- [16] Halmos, P.R. *Naive Set Theory.* Van Nostrand, Princeton, 1960.
- [17] Hansen, M.H., Hurwitz, W.N. & Madow, W.G. *Sample Survey Methods and Theory Volume I - Methods and Applications.* (Wiley Classics Library). John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1993.
- [18] Hansen, M.H., Hurwitz, W.N. & Madow, W.G. *Sample Survey Methods and Theory Volume II - Theory.* (Wiley Classics Library). John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1993.
- [19] Iranpour, R. & Chacon, P. *Basic Stochastic Processes: The Mark Kac Lectures.* MacMillan, Nova Iorque, 1988.
- [20] James, B.J. *Probabilidade: um Curso em Nível Intermediário.* (Projeto Euclides). Instituto de Matmática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 1981.
- [21] Johnson, N. L.. A note on the mean deviation of the binomial distribution. *Biometrika.* Vol 44 pp 532-533, 1957.
- [22] Johnson, N. L., Kotz, S. & Balakrishnan, N. *Continuous Univariate Distributions Vol. 1.* segunda ed., John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1994.
- [23] Johnson, N. L., Kotz, S. & Balakrishnan, N. *Continuous Univariate Distributions Vol. 2.* segunda ed., John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1995.
- [24] Johnson, N. L., Kotz, S. & Kemp, A. N. *Univariate Discrete Distributions.* John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1992.

- [25] Kotz, S. & Johnson, N. L. (Eds. in Chief), Read, C. B. (Assoc. Ed.). *Encyclopædia of Statistical Sciences (10 Volumes)*. John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1981-1989.
- [26] Migon, H.S. & Gamerman, D. *Statistical Inference: an Integrated Approach*. Arnold, Londres, 1999.
- [27] Neveu, J. *Introduction aux Probabilités.*, École Polytechnique, Paris, 1992.
- [28] Revuz, D. *Mesure et Intégration*. Hermann, Paris, 1994.
- [29] Rudin, W. *Principles of Mathematical Analysis*. terceira ed., McGraw-Hill Book Company, Cingapura, 1976.
- [30] Schwartz, L. *Analyse I. Théorie des Ensembles et Topologie*. (Collection Enseignement des Sciences). Hermann, Paris, 1991.
- [31] Sen, P.K. & Singer, J.M. *Large Sample Methods in Statistics - An Introduction with Applications*. Chapman & Hall, Nova Iorque, 1993.
- [32] Shiriyayev, A.N. *Probability*, Springer-Verlag, Berlim, 1984.
- [33] Simons, G. An unexpected expectation. *Ann. Probab.* Vol 5, No. 1, 157-158, 1977.
- [34] Stoyanov, J. *Counterexamples in Probability*. John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1989.
- [35] Todhunter, I. *A History of the Mathematical Theory of Probability*. Editora,(?), Chelsea, 1949.

Índice

ÍNDICE ONOMÁSTICO

Aristóteles, 29, 32

Bernoulli, Jacob, 30, 241

Bernoulli, Jean, 241

Bernstein, Serge, 245, 264

Boltzmann, Ludwig, 31

Borel, 250

Cantelli, 251

Cardano, Girolamo, 30

Carroll, Lewis, 54

de Condorcet, Marie Jean, 31

Euler, Leonard, 31

Feller, W., 264

Fermat, Pierre de, 30

de Finetti, Bruno, 32

Galileu, 30

Gauss, Carl Friedrich, 31, 198,
242

Graunt, John, 30

Halley, Edmund, 30

Hilbert, David, 31

Huygens, Christiaan, 30

James, Barry, 245

Johnson, Norman L., 138

Kolmogorov, Andrei Nikolaévitch,
31

Lagrange, Joseph Louis, 31

Laplace, Pierre Simon, 30, 263

Legendre, Adrien Marie, 31

Leibniz, Gottfried von, 30

Maxwell, James Clavel, 31

de Moivre, Abraham, 30, 241,
251

Neveu, Jacques, 265

Pascal, Blaise, 30

Planck, Max, 31

Poisson, Simeon Denis, 31

Rudin, W., 72

Savage, Leonard J., 32

Tartaglia, Nicollo Fontana, 30

Tchebichev, Pafnuti Lvovitch,
241

Weierstrass, 245

ÍNDICE REMISSIVO

- Álgebra, 48–50
- Alvo, 63–65, 118
- Amostragem, 14
- Amostras
 - com Reposição Desordenadas, 16
 - com Reposição Ordenadas, 14
 - sem Reposição Desordenadas, 15
 - sem Reposição Ordenadas, 16
- Análise Combinatória
 - Operação, 12
 - Operações Independentes, 12
- Análise de Sobrevivência, 207
- Arranjo
 - Ordenado, 14
- Ars Conjectandi*, 30, 241
- Axiomas de Kolmogorov, 32
- Axiomas de Peano, 277
- Binomiais
 - Coefficientes, 25
 - Números, 25
- Binômio de Newton, 25
- Bovespa, 7
- Bytes*, 4
- Cardinalidade, 3, 15, 35, 280
- Chance, 34, 51
- Ciências Sociais, 31
- Codificação, 4
- Coefficientes
 - Binomiais, 12, 19, 22
 - Multinomiais, 19
- Combinações, 12, 13, 15
- Combinatória, 12
- Conjuntos
 - Axiomas de Peano, 277
 - Cardinalidade, 280
 - Cartesiano, 273
 - Coleção de Conjuntos, 273
 - Complementar, 271
 - Conjunto das Aplicações, 273
 - Conjunto das Partes, 274
 - Conjunto de Índices, 274
 - Conjunto-produto, 273
 - Diferença, 271
 - Diferença Simétrica, 272
 - Disjuntos, 272
 - Distributividade, 273
 - Função Indicadora, 276
 - Iguais, 271
 - Intersecção, 272, 274
 - Limite de, 274, 276
 - lim inf, 275
 - lim sup, 275
 - Níveis Hierárquicos, 274
 - Números Naturais, 277
 - Propriedades, 272, 274, 276, 277
 - Seqüência Crescente, 275
 - Seqüência Decrescente, 275
 - Subconjuntos, 271
 - União, 272, 274
- Convergência

- em Medida, 251
- em Probabilidade, 251
- Velocidade, 265
- Correção de Bernstein, 264
- Cotas, 114
- De ratiociniis in ludo Aleæ*, 30
- Desigualdade
 - de Bernstein, 104
 - de Bonferroni, 51
 - de Markov, 243
 - de Tchebichev, 241, 242, 245, 252, 254
- Desigualdade de Bernstein
 - Distribuição Exponencial, 106
- Desigualdade de Tchebichev
 - para Soma de V.a.'s, 252, 254
- Desvio Interquartilico, 112
- Desvio Médio, 112
- Distribuição Bernoulli, 130
 - e o Teorema Central do Limite, 259
 - fgp, 171
 - Verificação Empírica, 131
- Distribuição Beta, 220
 - Comportamento Modal, 222
 - e a Estatística Bayesiana, 220
 - Esperança, 222
 - Família de Distribuições Beta, 221
 - Variância, 222
- Distribuição Binomial, 23, 131
 - como Soma de V.a.'s Bernoulli, 132, 180
 - Convergência para a Distribuição Normal, 251
 - Convergência para a Distribuição Poisson, 164, 189
 - Desvio Médio e Desvio-padrão, 138
 - e a Distribuição Hipergeométrica, 160
 - Esperança, 134
 - fgp, 172
 - Mediana, 135
 - Moda, 135
 - Variância, 134
- Distribuição Binomial Negativa, 145
 - como Soma de V.a.'s Geométricas, 146, 181
 - Comportamento, 150, 151
 - Esperança, 148
 - fgp, 173
 - Probabilidades Caudais, 150, 151
 - Variância, 148
 - Versão Alternativa, 147
- Distribuição Cauchy, 111, 224
 - Caudas, 239
 - Classe Fechada, 229
 - Desvio Interquartilico, 229
 - Distribuição Cauchy-padrão, 227
 - e a Distribuição Normal, 226, 227
 - Família de Distribuições Cau-

- chy, 229
- Mediana, 229
- Quartis, 239
- Transformações Lineares, 229
- Distribuição Cauchy-padrão, 227
 - Inexistência de Momentos, 228
- Distribuição de Objetos, 17–19
- Distribuição Erlang, 211
 - e a Distribuição Exponencial, 211
- Distribuição Exponencial, 204
 - Deformação do Tempo, 234
 - Distribuições Relacionadas à, 230, 235
 - e a Distribuição Erlang, 211
 - e a Distribuição Weibull, 234
 - e Análise de Sobrevivência, 207
 - e Controle de Qualidade, 207
 - e o Processo de Poisson, 210
 - Esperança, 206
 - Falta de Memória, 210
 - fgm, 206
 - Função de Distribuição, 205
 - Função-sobrevivência, 208
 - Variância, 206
- Distribuição Exponencial Dupla, 230
 - Caudas, 233, 239
 - e a Distribuição Normal, 232, 233
 - Esperança, 231
 - Quartis, 239
 - Regularidade da Densidade, 233
 - Variância, 231
- Distribuição Gama, 211, 215
 - Classe Fechada, 215
 - Distribuição Erlang, 211
 - e o Processo de Poisson, 211
 - Esperança, 217
 - Família de Distribuições Gama, 216
 - fgm, 217
 - Mudanças de Escala, 215
 - Mudanças de Forma e Escala, 216
 - Variância, 217
- Distribuição Geométrica, 143
 - Esperança, 144
 - fgp, 172
 - Variância, 144
 - Versão Alternativa, 145
- Distribuição Hipergeométrica, 22, 153
 - Convergência para a Distribuição Binomial, 161, 188
 - e a Distribuição Binomial, 160
 - e Amostragem para Populações Finitas, 160
 - e Controle de Qualidade, 154
 - e o Experimento de Bernoulli, 151
 - e o Método de Máxima Verossimilhança, 155, 158, 161, 162
 - e Tamanho Amostral, 161
 - Esperança, 154
 - Variância, 154

- Distribuição Normal, 197, 201
 Cálculo de Probabilidades, 204, 237
 Classe Fechada, 201
 Distribuições Relacionadas à, 235
 e a Distribuição Cauchy, 226, 227
 e a Distribuição Exponencial Dupla, 232, 233
 e a Distribuição t de Student, 238
 e o Método de Mínimos Quadrados, 198
 Esperança, 201
 Família de Distribuições Normais, 203
 Função Φ , 202
 Função ϕ , 202
 Momentos, 201
 Normal-padrão, 199
 Propriedades, 201
 Transformações Lineares, 201
 Valores Tabelados, 202
 Valores Tabelados de Φ , 298
 Valores Tabelados de Φ^{-1} , 299, 300
 Variância, 201
- Distribuição Normal-padrão, 199
 Caudas, 239
 Esperança, 200
 Momentos, 200
 Propriedades, 200
- Quartis, 239
 Variância, 200
- Distribuição Poisson, 163, 164
 como Limite da Distribuição Binomial, 164
 fgp, 172, 176
 Indiferença à Maneira de Contagem, 166
- Distribuição t de Student
 Caudas, 239
 Comportamento Assintótico, 238
 Convergência para a Normal, 238
 e a Distribuição Normal, 238
 Quartis, 239
- Distribuição Uniforme
 Caudas, 239
 Classe Fechada, 193
 e Eventos Equiprováveis, 191
 e o Teorema de Inversão, 196
 e Simulação Estocástica, 194, 196
 Quartis, 239
 Transformações Lineares, 193
 Uniforme em (a, b) , 193
 Uniforme-padrão, 192
- Distribuição Uniforme Discreta
 fgp, 171
- Distribuição Weibull, 235
Doctrine of Chances, 30, 242
- Embaralhamento, 3
- Equações a Diferenças Finitas, 289

- Erro, 255
- Espaço
 - Enumerável, 4
 - Finito, 4
 - Não-enumerável, 4
- Espaço Amostral, 3, 4, 7, 14, 16
- Espaço de Probabilidade, 34
- Esperança
 - Caracterização de uma V.a., 97
 - como um Operador Linear, 87
 - como uma Medida de Locação, 100
 - de uma V.a. Contínua, 83, 86
 - de uma V.a. Discreta, 80, 82
 - e Freqüência Relativa, 186
 - Propriedades, 87
- Evento
 - Aleatório, 9, 10
 - Certo, 11
 - Complementar, 23
 - Contrário, 10
 - Diferença Simétrica de Eventos, 11
 - Eventos Incompatíveis, 11
 - Eventos Mutuamente Excluídos, 11
 - Impossível, 11
 - Realização Simultânea de Eventos, 11
- Eventos, 1, 9–12, 23
- Experimento
 - Aleatório, 1, 3, 11
 - Associado, 9
 - Determinístico, 1, 2
- Experimento de Bernoulli, 129, 130
 - como um Experimento Determinístico, 130
 - e a Lei dos Grandes Números, 248
 - Resultados Possíveis, 129
- \mathcal{F} , 45
- Fórmula
 - das Probabilidades Totais, 43, 57
 - de Bayes, 43, 57
 - de de Moivre, 285
 - de Euler, 284
 - de Inclusão-Exclusão, 41, 277
 - de Laplace, 263
 - de Poincaré, 41, 45, 57
 - de Stirling, 20, 259, 261, 287
 - do Binômio, 13
 - Leis de de Morgan, 24
 - Leis Distributivas, 23
 - Relação de Stifel, 25
- Física Estatística, 31
- Física Quântica, 31
- Falta de Memória de uma V.a., 209
- Ferramentas de Análise, 283
- Formas de Padronização de Distribuições, 229
- Freqüência Relativa, 32, 50
 - Convergência de, 241
 - e Esperança, 186

- Função de Densidade, 79
 - Fidedigna, 79
- Função de Massa, 72
 - Fidedigna, 76
- Função-Sobrevivência, 207
- Funções
 - Hiperbólicas, 284
 - Trigonométricas, 284
- Função Beta, 219
 - Relação com a Função Gama, 219
- Função de Distribuição Acumulada, 68–72, 75–77, 79, 89, 113, 116, 118, 119
 - Abreviação, 69
 - Descontinuidades, 71, 116
 - Propriedades, 116
 - Saltos, 71, 114, 116
- Função Gama, 213
 - Propriedades, 213
 - Relação com a Função Beta, 219
 - Valores Essenciais, 213
 - Valores Tabelados, 213
- Função Geratriz de Momentos, 102
 - e a Desigualdade de Bernstein, 104
 - e os Momentos de uma V.a., 103
- Função Geratriz de Probabilidades, 171
 - como Função Caraterizadora, 173
- Distribuição Bernoulli, 171
- Distribuição Binomial, 172
- Distribuição Binomial Negativa, 173
- Distribuição Geométrica, 172
- Distribuição Poisson, 172
- Distribuição Uniforme Discreta, 171
 - e a Função de Massa, 174
 - e os Momentos, 177
 - e Soma de V.a.'s Independentes, 179–181
- Polinomial, 176
- Portabilidade, 178
- Gauss
 - e a Distribuição Normal, 198
- Honestidade de uma Moeda, 131
- Imagem, 4
- Incompatibilidade, 39
- Independência, 37, 39, 40
- Integral de Riemann, 85
- Intervalo de Confiança, 251
 - e Lei Fraca dos Grandes Números, 251
- Jogos
 - Baralho, 3
 - Cara ou Coroa, 7
 - Dado Normal, 31
 - Dados, 3, 10
 - Futebol, 26

- Morra, 124
- Pôquer, 15
- Pôquer de Dados, 55
- Roleta, 125

- Lei dos Grandes Números, 30, 241
 - e a Distribuição Cauchy, 228
 - Forte, 250
 - Fraca, 248, 252
- Lei Forte dos Grandes Números, 250
- Lei Fraca dos Grandes Números, 248, 252
 - como uma Generalização do Teorema de Bernoulli, 255, 258
 - de Poisson, 257
 - de Tchebichev, 258
 - e Intervalos de Confiança, 251

- Mínimos Quadrados, 31, 101
 - e a Esperança, 101
- Método de Mínimos Quadrados, 198
 - e a Distribuição Normal, 198
- Método de Máxima Verossimilhança, 155
- Mediana, 109
 - e Percentis, 111
 - e Quantis, 111
 - e Quartis, 111
 - e Soma dos Desvios Absolutos, 109
- Medida de Probabilidade, 34, 36

- Medidas de Dispersão, 100
- Medidas de Localização, 100
- Moda, 108
 - e Máximos Locais, 108
- Modelos de Probabilidade
 - Contínuos, 191
 - Discretos, 129
- Momentos
 - Existência, 98
 - Fatoriais, 99
 - Momento Central, 99
 - Momento Central Absoluto, 100
 - Variância, 100

- $\binom{n}{k}$, 13
- $\binom{n+1}{k}$, 14
- Números Complexos, 283
 - Argumento, 283
 - Conjugado, 283
 - Escritura, 283
 - Módulo, 283
 - Parte Imaginária, 283
 - Parte Real, 283
- Números Pseudo-Aleatórios, 195
- Normal
 - Distribuição, 31

- O Problema do Louco Armado, 224
- Objetos Sorteados, 13
- Ocorrência, 37–39
- Ocorrências
 - Distinguíveis, 14, 15, 18, 19
 - Indistinguíveis, 17–19

- Ω , 3
- Papel-Controle para Temperatura, 87
- Partição, 41
- Pascal
 - Triângulo de, 14
- Passeio Aleatório
 - Simétrico, 45
- Percentis, 111
- Permutações, 13
- Pixel*, 4
- Planejamento, 4
- Polinômio de Leibniz, 26
- Pontos Isolados, 66, 67, 74, 112
- População, 4, 5, 13
- Probabilidade, 29
 - Aditividade Enumerável, 36
 - Axiomas de Kolmogorov, 32
 - como uma expressão de frequência relativa, 32
 - como uma expressão de Simetria, 31
 - como uma Função Contínua sobre Conjuntos, 36
 - como uma Teoria de Erros, 30
 - Condicional, 37–39, 45, 52
 - Definição Axiomática, 50
 - Gerada por uma V.a., 70
 - Subjetiva, 32
 - Teoria Bayesiana Moderna, 32
- Probabilidade Condicional
 - e Números Pseudo-Aleatórios, 195
 - Interpretação, 195
- Problema dos Encontros de Montmort, 56
- Problemas de Ocupação, 17
- Processo de Poisson, 167
 - e a Distribuição Exponencial, 210
 - e a Distribuição Gama, 211
 - e a Distribuição Poisson, 168
 - Tempo entre Ocorrências, 210
 - Tempo para a n -ésima Ocorrência, 211
- Quantis, 111
- Quartis, 111
- Raciocínio por Indução, 278
- Realização
 - Fracasso, 9
 - Sucesso, 9
- Ruído, 8
- Ruína do Jogador, 45
- S_n , 12
- Séries, 285
 - de Bertrand, 285
 - de Potência, 287
 - de Riemann, 285
 - e Derivação, 286
 - e Integração, 286
 - Ordem dos Termos, 285, 286
- σ -álgebra, 33

- σ -álgebra, 33–35, 44, 45, 50
 - Menor σ -álgebra associada, 33
- Simetria, 31, 32, 34, 54
- Simulação Primitiva, 195
- Sinal, 8
- Soma dos Desvios Absolutos, 109
- Stirling
 - Fórmula de, 20
- Subpopulações, 12, 15, 20

- Tempo de Vida, 4
- Teorema
 - de Bernoulli, 241, 243, 248
 - de de Moivre, 259
 - de Weierstrass, 245
- Teorema Central do Limite, 30, 242
 - e a Distribuição Binomial, 251
 - e as Ciências Estatísticas, 191
 - e de Moivre, 251
 - para V.a.'s Bernoulli, 259
- Teorema de Inversão, 196
 - e Simulação Estocástica, 196
- Teoria da Medida, 251
- Termômetro Digital, 86

- Universo, 3, 4
- Urna, 14–17

- Variáveis Aleatórias, 59, 67, 69
 - Absolutamente Contínuas, 82
 - Binárias, 68
 - Caracterização pela Esperança, 97
 - Catóricas, 67
 - Discretas, 74, 117
 - Esperança, 80, 82, 83, 86, 87
 - Essencialmente Limitadas, 73, 114
 - Limitadas, 72, 114
- Variância, 100
 - como uma Medida de Dispersão, 100
- Velocidade de Convergência, 265