

Metodologia

- ▶ **Exemplo de Metodologia:** Se nosso objetivo é estimar o valor desconhecido da proporção p de indivíduos que possuem um determinado atributo, tomamos como base o número de portadores $X = x$ desse atributo em uma amostra casual simples de tamanho n . O objetivo é verificar se $X = x$ dá suporte à rejeição de uma certa suposição para p .

Metodologia

- ▶ **Exemplo 3:** Em seu anuário de 1987, o Centro Nacional de Estatísticas Médicas relata que naquele ano, 11,2% das cirurgias feitas em hospitais americanos foram cárdio-vasculares. Se em uma amostra casual simples de 2100 intervenções feitas em 1997, apenas 181 são cirurgias cárdio-vasculares, é possível dizer que os dados suportam a conjectura de que menos de 10% das cirurgias realizadas em 1997 foram cárdio-vasculares?

Metodologia

- ▶ Se nosso objetivo é calcular ou estimar o valor desconhecido da proporção p de indivíduos em uma população que possui um determinado atributo, tomamos como variável de estudo a variável aleatória X que representa o número total de portadores do atributo, em uma amostra casual simples de tamanho n desses indivíduos.
- ▶ O objetivo é determinar se o valor x de X , observado na amostra, dá ou não suporte à uma hipótese referida ao valor de p .

Metodologia

- ▶ Portanto, quando estamos interessados em estudar uma proporção p , baseamos nossa inferência em:
 - ▶ $X \sim \text{Bin}(n, p)$
 - ▶ $E(X) = np$
 - ▶ $\text{Var}(X) = np(1 - p)$
- ▶ E para valores adequados de n e p (ou n muito grande):
 - ▶ $\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0, 1)$

Metodologia

- ▶ Relativo ao exemplo 1:
 - ▶ O que aconteceria em 100 lançamentos se a moeda fosse honesta ($p = \frac{1}{2}$)?
 - O número esperado de caras nos 100 lançamentos será 50
 - ▶ Comparado com essa expectativa, o que foi observado?
 - Observamos um desvio de $|65 - 50| = 15$ unidades em relação ao número esperado de caras

Metodologia

▶ Relativo ao exemplo 1:

▶ Se a moeda fosse honesta, um desvio como o observado será pouco ou muito provável?

- Se a moeda fosse honesta, teríamos que:

$$\pi = P(|X - 50| \geq 15) \simeq P(|Z| \geq 3) = 2 * (1 - \Phi(3)) \simeq 0.0027$$

- Podemos usar π para medir a força da evidência contida nos dados contra a hipótese de honestidade da moeda.

Metodologia

- ▶ Relativo ao exemplo 1:
 - ▶ Como decidir se a evidência π é forte para rejeitar a suposição de honestidade da moeda?
 - Escolhemos um valor α (nível de significância)
 - Se $\pi \leq \alpha$, reconhecemos na amostra evidência suficiente para rejeitar a honestidade da moeda.
 - ▶ $H_0 : p = \frac{1}{2}$ vs $H_1 : p \neq \frac{1}{2}$
 - para $\alpha \geq 0.0027$, rejeitamos H_0 com nível de significância α

Hipóteses Alternativas Unilaterais e Bilaterias

- ▶ **Exemplo 1:** $H_0 : p = \frac{1}{2}$ vs $H_1 : p \neq \frac{1}{2}$
- ▶ **Exemplo 2:** $H_0 : p = 0.82$ vs $H_1 : p > 0.82$
- ▶ **Exemplo 3:** $H_0 : p = 0.1$ vs $H_1 : p < 0.1$

Hipótese Bilateral: Quando desejamos detectar desvios em qualquer direção desde o valor da hipótese nula.

Hipóteses Alternativas Unilaterais e Bilaterias

- ▶ Relativo ao exemplo 2:
 - ▶ $X =$ número de clientes satisfeitos
 - ▶ Sob H_0 verdadeira:
 - $X \sim \text{Bin}(300, 0.82)$
 - $E(X) = 300 \times 0.82$
 - $\text{Var}(X) = 300 \times 0.82 \times 0.18$
 - ▶ $\pi = P(X - 300 \times 0.82 \geq 251 - 300 \times 0.82) \simeq P(Z \geq 0.7514) \simeq 0.2266$
 - onde $Z \sim N(0, 1)$
 - ▶ Logo, para $\alpha \geq 0.2266$, rejeitamos H_0

Observação: os valores usuais de α são 0.01, 0.05 e 0.1.

Teste de Proporções

▶ $H_0 : p = p_0$ vs $H_1 : p \neq p_0$

$H_0 : p = p_0$ vs $H_1 : p > p_0$

$H_0 : p = p_0$ vs $H_1 : p < p_0$

▶ Procedimento

- ▶ escolha α (nível de significância) - limite máximo de probabilidade de cometer erro tipo I
- ▶ selecione uma amostra casual simples da população e determine o número x de indivíduos portadores do atributo
- ▶ determine o π -valor ou força de evidência contida nos dados
- ▶ se $\pi \leq \alpha$, rejeita-se H_0

Cálculo do π -valor

▶ $H_1 : p \neq p_0$

▶ $X \sim \text{Bin}(n, p)$

$$\pi = P(|X - np_0| \geq |x - np_0|)$$

$$\pi = 1 - P(np_0 - |x - np_0| < X < np_0 + |x - np_0|)$$

▶ usando TCL ($Z \sim N(0, 1)$)

$$\pi = P(|X - np_0| \geq |x - np_0|)$$

$$\pi \simeq P\left(|Z| \geq \frac{|x - np_0|}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$$

$$\pi \simeq 2 \left[1 - \Phi\left(\frac{|x - np_0|}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right) \right]$$

Cálculo do π -valor

▶ $H_1 : p > p_0$

▶ $X \sim \text{Bin}(n, p)$

$$\pi = P(X \geq x)$$

▶ usando TCL ($Z \sim N(0, 1)$)

$$\pi = P(X - np_0 \geq x - np_0)$$

$$\pi \simeq P\left(Z \geq \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$$

$$\pi \simeq 1 - \Phi\left(\frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$$

Cálculo do π -valor

▶ $H_1 : p < p_0$

▶ $X \sim \text{Bin}(n, p)$

$$\pi = P(X \leq x)$$

▶ usando TCL ($Z \sim N(0, 1)$)

$$\pi = P(X - np_0 \leq x - np_0)$$

$$\pi \simeq P\left(Z \leq \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$$

$$\pi \simeq \Phi\left(\frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$$

Cálculo do π -valor

- ▶ **Observação:** O teste adequado para o exemplo 3 é:

$$H_0 : p \geq 0.1 \quad \text{vs} \quad H_1 : p < 0.1$$

- ▶ Nesse tipo de situações, simplesmente o π – *valor* mais próximo da alternativa ($p = 0.1$), tem influência na forma do teste, por isso:

$$H_0 : p \geq 0.1 \quad \text{vs} \quad H_1 : p < 0.1$$

é equivalente a testar

$$H_0 : p = 0.1 \quad \text{vs} \quad H_1 : p < 0.1$$