

MI677-Inferência Avançada

Oferecida no segundo semestre de 2022

1 Ementa

Modelos estatísticos. O problema estatístico e a teoria da decisão. Informação estatística nas abordagens clássica e Bayesiana. Elementos da teoria de estimação: Estimadores não viciados, estimadores baseados na verossimilhança, M-estimadores, estimadores de momentos, estimação com restrições de igualdade, estimadores minimax e Bayesianos, procedimentos numéricos. Estimação por regiões de confiança. Teste de hipóteses: testes assintóticos, relação com intervalos de confiança, estimação e testes com relação de desigualdades, testes para hipóteses não encaixantes, testes Bayesianos.

2 Programa

- Modelos estatísticos, objetivos e critérios de desempenho
 - modelo frequentista versus modelo Bayesiano;
 - teoria de decisão; funções de perda e risco de decisão;
 - noções inferenciais decorrentes do risco quadrático;
 - teoria de decisão e testes de hipóteses, risco de decisão;
 - critério minimax;
 - uso do risco quadrático no contexto de predição;
 - risco mínimo no contexto dos modelos de regressão.
- Princípios
 - suficiência e propriedades;
 - teorema da fatoração;
 - suficiência minimal e resultados;
 - ancilaridade.
- Métodos de estimação
 - equações de estimação;
 - princípio *plug-in*;
 - métodos de quadrados mínimos e de quadrados mínimos ponderados;
 - método de máxima verossimilhança;
 - método dos momentos.
- Famílias de distribuições
 - famílias de locação; de escala; e de locação - escala;
 - famílias exponenciais e formas canônicas;

- suficiência nas famílias exponenciais, determinação dos momentos da estatística suficiente;
- impactos da não identificabilidade no processo de estimação;
- condições para a existência e para a unicidade do estimador de máxima verossimilhança nas famílias exponenciais.
- Propriedades na estimação pontual
 - consistência quadrática;
 - estimadores não viesados e de variância uniformemente mínima (ENNVUM);
 - teorema de Rao-Blackwell;
 - completitude;
 - suficiência, minimalidade e completitude nas famílias exponenciais;
 - resultado de Lehmann–Scheffé;
 - informação de Fisher e limitante Inferior de Cramér-Rao;
 - distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança (e transformações) em famílias exponenciais.
- Estimação pontual Bayesiana
 - o paradigma Bayesiano: priori e posteriori e uso da proporcionalidade;
 - decisão/estimação Bayesiana, fundamentos;
 - função de perda, risco clássico, risco integrado e perda esperada à posteriori;
 - estimador pontual de Bayes, casos: perda quadrática, perda quadrática ponderada, perda multilinear.
- Testes de hipóteses
 - hipóteses simples (ou precisas) e compostas, região de rejeição do teste, erros tipo I e II;
 - nível de significância (α), tamanho, função poder e p-valor do teste;
 - procedimentos tipo Neyman Pearson (NP);
 - lema de Neyman Pearson;
 - testes mais poderosos (MP) ao nível α ;
 - testes uniformemente mais poderosos (UMP) ao nível α ;
 - testes assintóticos: teste da razão de verossimilhanças, teste de Wald e teste de escore de Rao.
- Intervalos de confiança
 - intervalos de confiança: unilaterais e bilaterais;
 - quantidades pivotais;
 - intervalos de funções do parâmetro;
 - Bonferroni e intervalo multiparamétrico;
 - dualidade entre testes de hipóteses e intervalos de confiança;
 - generalização da noção de Neyman Pearson: testes razão de verossimilhanças;
 - preservação/não preservação de propriedades dos testes UMP;
 - intervalos assintóticos via razão de verossimilhanças, estatística de Wald e estatística escore de Rao.
- Testes de hipóteses e regiões de credibilidade Bayesianos
 - testes de hipóteses, sob perda 0-1 e sob perda a_0 - a_1 ;
 - testes de hipóteses, para hipóteses precisas via o Fator de Bayes (FB);
 - efeito da distribuição à priori no FB.
 - região de credibilidade e região de credibilidade de alta densidade à posteriori.

Referências

- [1] Bickel, P.J. e Doksum, K.A., *Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics*, V I, 2a ed., CRC Press, Boca Raton, 2015.
- [2] Shao, J. *Mathematical Statistics*, Second Edition. Springer-Verlag, 2003.
- [3] O' Hagan A. *Kendall's Advanced Theory of Statistics*, Volume 2B. Bayesian Inference. John Wiley & Sons. New York, 1994.
- [4] Casella, G. e Berger, R.L., *Inferência Estatística*, tradução da 2a. edição de *Statistical Inference*, São Paulo: Cengage Learning, 2011.
- [5] Keener, R.W. *Theoretical Statistics: Topics for a Core Course*. Springer, New York, 2010.
- [6] Silvey, S.D., *Statistical Inference*, Chapman and Hall, Nova Iorque, 1975.