1 Estatística Descritiva.

1 Identifique cada uma das variáveis seguintes como quantitativa, qualitativa e como contínua, discreta, nominal, ordinal.

a) A concentração de impurezas em uma amostra de leite, em mg por litro.

b) A procedência de cada candidato ao vestibular da Unicamp em certo ano.

c) O tempo de reação de um indivíduo após submetido a certo estímulo.

d) A resposta de um indivíduo à questão: "É natural que pessoas de uma determinada raça queiram viver longe de pessoas de outras raças."

   i concordo plenamente

   ii concordo

   iii indeciso

   iv discordo

   v discordo plenamente

e) O número de moradores em cada residência de uma cidade.

f) A temperatura de certa região, em determinada época do ano.

g) A produção por hectare de determinado tipo de grão.

2 Em um estudo sobre contusões causadas durante a prática de esportes, 25 escolas de um estado brasileiro foram selecionadas, ao acaso, e entrevistadas. Foram coletados os dados abaixo, sobre o número de contusões classificadas como graves em atletas do sexo masculino para duas modalidades de esporte.

Basquete:

1	2	4	4	7
3	3	2	4	5
2	4	3	5	3
2	4	3	6	5
5	6	4	6	5

Futebol:

1	7	7	6	1
2	6	1	7	2
1	3	2	7	5
6	1	7	4	1
5	7	6	3	2

a) Construa uma distribuição de frequências para as 50 observações.

b) Construa uma distribuição de frequências para cada modalidade.

c) Represente graficamente cada uma das distribuições.

d) Comente os resultados.

3 Os dados abaixo referem-se a dureza de 30 peças de alumínio

53.0	70.2	84.3	69.5	77.8	87.5
53.4	82.5	67.3	54.1	70.5	71.4
95.4	51.1	74.4	55.7	63.5	85.8
53.5	64.3	82.7	78.5	55.7	69.1
72.3	59.5	55.3	73.0	52.4	50.7

a) Faça uma tabela de distribuição de frequências.

b) Faça uma representação gráfica para a distribuição de frequências.

c) Calcule média, mediana e desvío padrão.

d) Apresente um histograma dos dados.

e) Faça um ramo-e-folhas, um esquema de cinco números, um box plot.

f) Determine a chance de que uma peça tenha dureza ≤ 74.

g) Comente os resultados.

4 Considere a altura (em polegadas) de 20 indivíduos

Indivíduo	1	2	3	4	5
Altura	67.75	72.25	66.25	72.25	71.25
Indivíduo	6	7	8	9	10
Altura	74.75	69.75	72.5	74	73.5
Indivíduo	11	12	13	14	15
Altura	74.5	76	69.5	71.25	69.5
Indivíduo	16	17	18	19	20
Altura	66	71	71	67.75	73.5

Considere os seguintes intervalos para as realizações da variável Altura

Intervalo	1	2	3	4	5
	[66,68)	[68,70)	[70,72)	[72,74)	[74,76]

a) Faça uma tabela de distribuição de frequências.

b) Faça uma representação gráfica para a distribuição de frequências.

c) Calcule média, variância, desvío padrão e desvío médio.

d) Apresente um histograma dos dados.

e) Faça um ramo-e-folhas, um esquema de cinco números, um box plot.

f) Determine a chance de que um indivíduo tenha altura ≥ 70 e < 72.

g) Determine a chance de que um indivíduo tenha altura ≤ 72.

h) Comente os resultados.

5 As medidas de peso (em libras) e de cintura dos mesmos indivíduos do problema anterior são registradas

Indivíduo	1	2	3	4	5
Peso	154.25	173.25	154	184.75	184.25
Cintura	94.5	98.7	99.2	101.2	101.9
Indivíduo	6	7	8	9	10
Peso	210.25	181	176	191	198.25
Cintura	107.8	100.3	97.1	99.9	104.1
Indivíduo	11	12	13	14	15
Peso	186.25	216	180.5	205.25	187.75
Cintura	98.2	107.7	103.9	108.6	100.1
Indivíduo	16	17	18	19	20
Peso	162.75	195.75	209.25	183.75	211.75
Cintura	99.2	105.2	107	102.4	109

a) **Estudo marginal da variável Cintura**: considere os seguintes intervalos para as realizações da variável Cintura

1	2	3	4
[94,96)	[96,98)	[98,100)	[100,102)
5	6	7	8
[102,104)	[104,106)	[106,108)	[108,110)

i) Faça uma tabela de distribuição de frequências.

ii) Calcule média, variância, desvío padrão e desvío médio.

iii) Apresente um histograma dos dados.

iv) Faça um esquema de cinco números e um box plot.

v) Determine a chance de que um indivíduo tenha cintura de tamanho ≥ 100.

b) **Estudo Conjunto**:

i) Calcule a Correlação existente entre os seguintes pares de variáveis:

Peso e Altura

Peso e Cintura

Altura e Cintura

ii) Se seu interesse for estudar a variável Peso, qual das outras duas variáveis (Altura e Cintura) poderia "explicar" melhor a variável Peso?. Justifique.

iii) Faça um diagrama de dispersão de Cintura vs Peso.

2 Probabilidade

2.1 Espaço Amostral

1 Uma moeda e um dado são lançados. Dé um espaço amostral do experimento e depois represente-o como produto cartesiano dos dois espaços amostrais, correspondente aos experimentos considerados individualmente.

2 Defina um espaço amostral para cada um dos seguintes experimentos aleatórios.

i Lançamento de dois dados e uma moeda, anota-se a configuração obtida.

ii Numa linha de produção conta-se o número de peças defeituosas num intervalo de uma hora.

iii Investigam-se famílías com 4 crianças, anotando-se a configuração segundo o sexo.

iv Numa entrevista telefônica com 250 assinantes, pergunta-se se o proprietário tem ou não máquina de secar roupa.

v Um fichário de 10 nomes contém 3 nomes de mulheres. Seleciona-se ficha após ficha, até o último nome de mulher ser selecionado, e anota-se o número de fichas selecionadas.

vi Um relógio mecânico pode parar a qualquer momento por falha técnica. Mede-se o ângulo em graus que o ponteiro dos segundos forma com o eixo imaginário orientado do centro ao número 12.

vii De cada família entrevistada numa pesquisa, anotam-se a classe social a que pertence $\{A, B, C, D\}$ e o estado civil do chefe da família.

2.2 Seleção de amostras e Cálculo de probabilidades

1 Numa sala com 15 pessoas, quantas amostras (de 15 pessoas) com a condição de que todas elas tenham nacido em días diferentes podem ser formadas?. Assuma que o ano tem 365 días.

2 Consideremos o conjunto $\{a, b, c, d\}$
a)Calcular o número de amostras ordenadas com reposição.
b)Calcular o número de amostras ordenadas sem reposição.

3 Uma moeda é lançada três vezes, registra-se a terna de possíveis resultados dos lançamentos.
a)Quantas amostras podem ser obtidas?
b)Quantas amostras de exactamente duas caras podem ser obtidas?. Qual a probabilidade de obter nos três lançamentos exatamente duas caras?.
c)Quantas amostras com pelo menos uma cara podem ser obtidas?. Qual a probabilidade de obter nos três lançamentos pelo menos uma cara?.

4 Dois dados são lançados registrando-se os resultados da face superior.
a)Dé um espaço amostral do experimento e depois represente-o como produto cartesiano dos dois espaços amostrais, correspondente aos experimentos considerados individualmente.
b)Quantas amostras podem ser obtidas?
c)Quantas amostras que apresentam resultados diferentes nos lançamentos entre um e outro dado podem ser obtidas?. Qual a probabilidade de obter resultados diferentes nos dois lançamentos?.

5 O prefixo telefônico de uma universidade é 452.
a)Quantos números telefônicos de sete dígitos podem-se formar?
b)Quantos números telefônicos de sete dígitos diferentes podem-se formar? Qual a probabilidade de obtido um número ao acaso este apresentar os sete dígitos diferentes.?

6 Temos num plano 10 pontos não alinhados de a três (não tem três pontos na mesma linha). Quantos triângulos, com vértices em ditos pontos ficam determinados?

3 Variáveis Aleatórias Discretas

1 Seja X uma variável aleatória discreta com $P(X = 0) = 0.25$, $P(X = 1) = 0.125$, $P(X = 2) = 0.125$, $P(X = 3) = 0.5$. Graficar a função de probabilidade e a função de distribuição acumulada. Calcular o valor esperado, a moda e a mediana de X. Calcular a variância de X. Determine as seguintes probabilidades:

$$P(0 < X < 1),\ P(X \leq 2),\ P(X > 3),\ P(X > 2.5).$$

2 Dada a função de distribuição acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 1 \\ 0.1 & \text{se} \quad 1 \leq x < 2 \\ 0.3 & \text{se} \quad 2 \leq x < 3 \\ 0.7 & \text{se} \quad 3 \leq x < 4 \\ 0.8 & \text{se} \quad 4 \leq x < 5 \\ 1 & \text{se} \quad 5 \leq x \end{cases}.$$

Calcule a função de probabilidade da variável cuja *f.d.a.* é $F(\cdot)$. Calcule ainda o valor esperado, a moda, a mediana e a variância de X. Determine as seguintes probabilidades:

$$P(1 \leq X < 2),\ P(X = 4),\ P(X > 3),\ P(X \leq 4).$$

3 Com dados do último censo, a asistente social de um censo de saúde constatou que para as famílias da região, 20% não têm filhos, 30% têm um filho, 35% têm dois e as restantes se dividem igualmente entre três, quatro ou cinco filhos. Determine a função de distribuição acumulada da variável N: número de filhos, e responda: se uma família é escolhida aleatóriamente nessa região qual a probabilidade de que o número de filhos nessa família seja maior o igual a 2?. Calcule o valor esperado e a variância da variável N.

4 Um sinal consite em uma série de vibrações de magnitude X, tendo os valores 1,0,-1, cada um com probabilidade 1/3. Um ruido consiste em uma série de vibrações de magnitude Y, tendo os valores 2,0,-2 com probabilidades 1/6,2/3,1/6, respectivamente. Se ruídos e sinais são combinados, a soma consiste em vibrações de magnitude $Z = X + Y$.
a)Construir e graficar a função de probabilidade para Z, calcular sua média e variância, admitindo a independência entre ruído e sinal.
b)Construir e graficar a função de distribuição acumulada para Z, F_Z, calcular $F_Z(1), F_Z(-1.5)$. Achar um valor z tal que $F_Z(z) = 11/18$, calcular o menor valor z tal que $F_Z(z) = 11/18$.
b)Um amplificador de vibrações permite a captação da magnitude $2Z$, determine a função de probabilidade, a acumulada, o valor esperado e a variância desta nova variável.

3.1 Modelos Discretos: Uniforme, Binomial e Poisson.

1 Discuta a validade do modelo Uniforme Discreto nos seguintes casos:
a)A escolha de um aluno que vai representar a classe junto a direção da escola.
b)O dia da semana em que ocorrem mais acidentes de trabalho numa industria.
c)O mes do ano com maior número de enchentes na cidade de São Paulo.

2 Sendo X uma variável seguindo o modelo Uniforme Discreto, com valores no conjunto $\{1, 2, \cdots, 10\}$ pergunta-se:
a)$P(7 \leq X)$
b)$P(3 < X \leq 7)$
c)$P(X < 2 \, ou \, 8 \leq X)$
d)$P(5 \leq X \, ou \, 8 < X)$
e)$P(X > 3 \, e \, X < 6)$

3 Discuta a validade do modelo Binomial nos seguintes casos:

a)Dos alunos de uma grande universidade, sorteamos 5 e contamos quantos se declaram usuários de drogas.

b)Escolhemos 20 lâmpadas ao acaso na prateleira de um supermercado, sendo 10 de uma fabrica e 10 de outra. Contamos o número total de defeituosas.

c)Quinze automóveis 0 km de uma mesma marca e tipo são submetidos a um teste anti-poluição e contamos o número deles que passaram no teste.

d)Um motorista é submetido a um teste em que deve estacionar seu veiculo num pequeno espaço (isto é popularmente chamado de fazer baliza). Em 10 tentativas, contamos o número de vezes em que o motorista estacionou corretamente.

4 Uma certa doença pode ser curada através de procedimento cirúrgico em 80% dos casos. Dentre os que tem essa doença, sorteamos 15 pacientes que serão submetidos a cirurgia. Fazendo alguma suposição adicional que julgar necessária, responda qual é a probabilidade de:

a)Todos serem curados?.

b)Pelo menos dois não serem curados?.

c)Ao menos 10 ficarem livres da doença?.

5 A variável aleatória Y tem densidade Poisson com parametro $\lambda = 2$. Obtenha:

a)$P(Y < 2)$

b)$P(2 \leq Y < 4)$

c)$P(Y > 0)$

6 A aplicação de fundo anti-corrosivo em chapas de aço de 1 m^2 é feita mecanicamente e pode produzir defeitos (pequenas bolhas na pintura), de acordo com uma variável aleatória Poisson de parametro $\lambda = 1$ por m^2. Uma chapa e sorteada ao acaso para ser inspecionada, pergunta-se a probabilidade de:

a)Encontrarmos pelo menos 1 defeito.

b)No máximo 2 defeitos serem encontrados.

c)Encontrar de 2 a 4 defeitos.

d)Não mais de um defeito ser encontrado.

7 Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defeituoso e de 0.2. Se 10 itens produzidos por esta máquina são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que no mais do que um defeituoso seja encontrado?. Use a Binomial.

8 Numa central telefônica, o número de chamadas chega segundo uma distribuiçao de Poisson, com media de 8 chamadas por minuto. Determinar qual é a probabilidade de que num minuto se tenha:
a)10 ou mais chamadas,
b)menos do que 9 chamadas,
c)entre 7 (inclusive) e 9 (exclusive).

4 Modelo Normal

1 Seja X uma v.a. Normal com média $\mu = 5$ e desvío $\sigma = 10$. Calcular

i) $P(X < 0)$, $P(X > 10)$, $P(15 \leq X)$

ii) $P(-20 < X < 15)$, $P(-5 \leq X \leq 30)$

ii) Achar x tal que $P(X > x) = 0.05$

2 Assumindo que X possui distribuição $N(\mu, \sigma^2)$, calcule:

i) $P(X \leq \mu + 2\sigma)$

ii) $P(|X - \mu| \leq \sigma)$

iii) o número a tal que $P(\mu - a\sigma \leq X \leq \mu + a\sigma) = 0.99$

iv) o número a tal que $P(X > a) = 0.90$.

v) Mostre que $P(|X - \mu| \leq 0.675\sigma) = 0.5$

3 Considere o peso de um leão africano macho adulto como uma v.a. com distribuição $N(400kg, 100kg^2)$ e também o peso de um cachorro Pastor Alemão macho adulto como uma v.a. $N(35kg, 4kg^2)$. Compare, nas três situações seguintes, os pesos dos leões e cachorros (machos adultos) e decida quem é o mais pesado em termos relativos, isto é, levando em consideração a espécie. Justifique suas afirmações,

i) peso do leão: 386.5 kg; peso do cachorro: 36.48 kg;

ii) peso do leão: 424.2 kg; peso do cachorro: 38.70 kg;

iii) peso do leão: 384.0 kg; peso do cachorro: 31.80 kg.

4 Suponha que o tempo de duração dos pneus fabricados por Bolinha possuem distribuição normal de média μ e variância σ^2. Um cliente compra um pneu e conjuntamente adquire um seguro de garantia do pneu, ele somente precisa escolher entre dois possíveis planos de seguro. O primeiro plano de seguro exige que o fabricante do pneu reembolse 100 reais ao cliente se o tempo de vida do pneu for menor o igual a $\mu - \sigma$; o fabricante tem um credito de 100 reais se o pneu durar mais de $\mu + \sigma$. O segundo plano penaliza ao fabricante com um reembolso de 100 a favor do cliente se a vida do pneu for menor o igual a $\mu - 3\sigma$ e premia ao fabricante com um credito de 100 reais se este durar mais de $\mu + 3\sigma$. Em média, que plano resulta mais conveniente para o cliente ?, que plano resulta mais conveniente para o fabricante dos pneus?.

5 Considere o peso de um puma macho adulto como uma v.a. $N(\mu, \sigma^2)$. Sabe-se que 33.0% destes animais tem peso inferior a 82.8 kg e também que 0.4% tem peso superior a 98.25 kg. Calcule μ e σ.