

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

$$X \sim N[\mu, \sigma^2]$$

$$X \sim N[0,1]$$

dnorm(x, mean = μ , sd = σ^2): função densidade para valores de x .

pnorm(q, mean = μ , sd = σ^2): retorna a probabilidade para o quantil (percentil) q .

qnorm(p, mean = μ , sd = σ^2): retorna o quantil para uma dada probabilidade p .

rnorm(n, mean = μ , sd = σ^2): gera n números aleatórios de uma distribuição normal padrão.



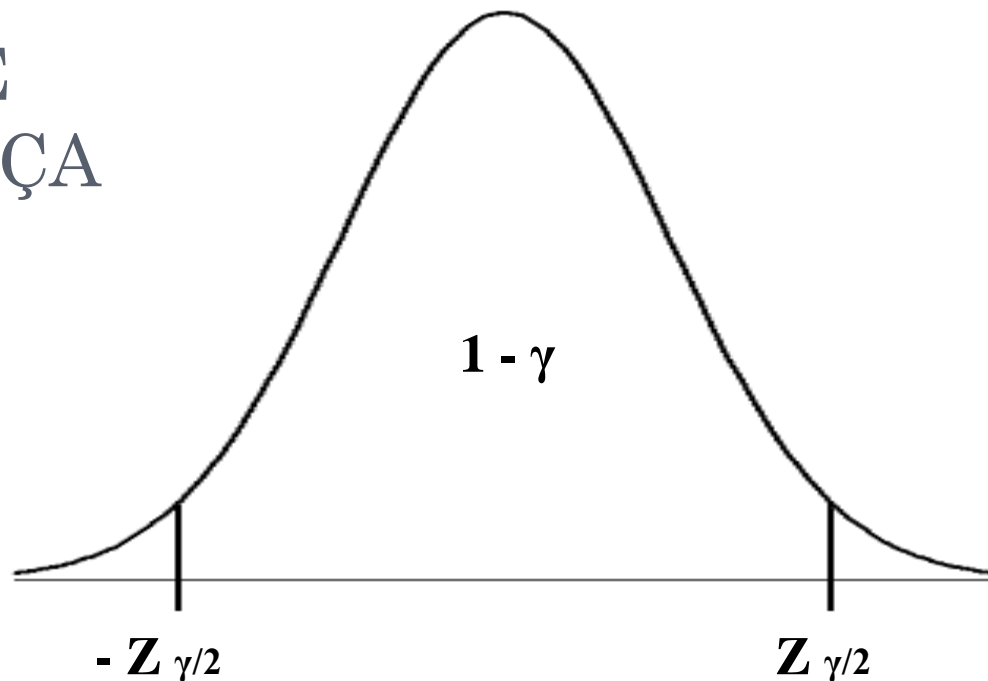
INTERVALOS DE CONFIANÇA

- Intervalo estimado de um parâmetro estatístico.
- Indica a confiabilidade de uma estimativa.
- O intervalo de confiança para a **média** (\hat{p}) de uma **distribuição normal** com variância desconhecida, para uma amostra de tamanho n é dado por:

$$IC = \hat{p} - z_{\gamma} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} ; \hat{p} + z_{\gamma} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

ERRO DA
ESTIMATIVA

NÍVEL DE CONFIANÇA



90% $\left\{ \begin{array}{l} 1 - \gamma = \underline{0.90} \rightarrow \gamma/2 = 0.10/2 = 0.05 \\ z_{0.05} = -1,64 \text{ e } z_{0.95} = 1,65 \rightarrow \mathbf{Z_{0.9} = 1,645} \end{array} \right.$

95% $\left\{ \begin{array}{l} 1 - \gamma = \underline{0.95} \rightarrow \gamma/2 = 0.05/2 = 0.025 \\ z_{0.025} = -1,96 \text{ e } z_{0.975} = 1,96 \rightarrow \mathbf{Z_{0.95} = 1,96} \end{array} \right.$

99% $\left\{ \begin{array}{l} 1 - \gamma = \underline{0.99} \rightarrow \gamma/2 = 0.01/2 = 0.005 \\ z_{0.005} = -2,58 \text{ e } z_{0.995} = 2,58 \rightarrow \mathbf{Z_{0.99} = 2,58} \end{array} \right.$

EXERCÍCIO 5 – SEÇÃO 8

- 5 Antes de uma eleição, um determinado partido está interessado em estimar a proporção p de eleitores favoráveis a seu candidato. Uma amostra piloto de tamanho 100 revelou que 60% dos eleitores eram favoráveis ao candidato em questão.
- (a) Determine o tamanho da amostra necessário para que o erro cometido na estimação seja no máximo 0.01 com probabilidade de 80%.
- (b) Se na amostra fina (com tamanho dado por (a)) observou-se que 55% dos eleitores eram favoráveis ao candidato em questão, construa um intervalo de confiança (95%) para a proporção p .

$$n = \left(\frac{Z_\gamma}{\omega} \right)^2 \cdot \hat{p}(1 - \hat{p})$$

$$IC = \hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

#####EXERCÍCIO 5 - SEÇÃO 8

n = 100

p.est = 0.6

##a

z = qnorm(c(0.1,0.9))

n1 = (z[2]/0.01)^2 * p.est*(1-p.est)

#OU

n2 = (qnorm(0.9)/0.01)^2 * 1/4

##b

n1

p.est = 0.55

z=qnorm(c(0.025,0.975))

ICi = p.est + z[1]*sqrt(p.est*(1-p.est)/n1)

ICs = p.est + z[2]*sqrt(p.est*(1-p.est)/n1)

#OU (conservador)

ICi = p.est + z[1]*sqrt(1/(4*n1))

ICs = p.est + z[2]*sqrt(1/(4*n1))



EXERCÍCIO 6 – SEÇÃO 8

- 6 Suponha que estejamos interessados em estimar a porcentagem de consumidores de um certo produto. Se uma amostra de tamanho 300 forneceu 100 indivíduos que consomem o dado produto, determine:
- (a) O intervalo de confiança para p , com coeficiente de confiança 95%.
 - (b) O tamanho da amostra para que o erro da estimativa não exceda 0.02 unidades com probabilidade de 95%.

$$n = \left(\frac{Z_\gamma}{\omega} \right)^2 \cdot \hat{p}(1 - \hat{p})$$

$$IC = \hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

#####EXERCÍCIO 6 - SEÇÃO 8

n = 300

p.est = 100/300

##a

$(1-0.95)/2$

$1-((1-0.95)/2)$

$z=qnorm(c(0.025,0.975))$

$ICi = p.est + z[1]*sqrt(p.est*(1-p.est)/n)$

$ICs = p.est + z[2]*sqrt(p.est*(1-p.est)/n)$

#OU (conservador)

$ICi = p.est + z[1]*sqrt(1/(4*n))$

$ICs = p.est + z[2]*sqrt(1/(4*n))$

##b

$n1 = (z[2]/0.02)^2 * p.est*(1-p.est)$

#OU

$n2 = (z[2]/0.02)^2 * 1/4$



EXERCÍCIO 7 – SEÇÃO 8

- 7 Um pedido de auxílio, feito pelo correio, teve 412 respostas a 5000 cartas enviadas, e outro pedido, mais dispendioso, teve 312 respostas a 3000 cartas enviadas. Obtenha o intervalo de confiança de 90% para a diferença de proporções entre os dois pedidos.

OBS: ERRO PADRÃO PARA 2 PROPORÇÕES

$$EP = Z_{\gamma} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$\hat{p} = \hat{p}_2 - \hat{p}_1$$



#####EXERCÍCIO 7 - SEÇÃO 8

$$n1 = 5000$$

$$p.est1 = 412/n1$$

$$n2=3000$$

$$p.est2= 312/n2$$

#diferença de proporções

$$p.est = p.est2 - p.est1$$

$$(1-0.90)/2$$

$$1-((1-0.90)/2)$$

$$z=qnorm(c(0.05,0.95))$$

$$ICi = p.est + z[1]*sqrt(p.est1*(1-p.est1)/n1 + p.est2*(1-p.est2)/n2)$$

$$ICs = p.est + z[2]*sqrt(p.est1*(1-p.est1)/n1 + p.est2*(1-p.est2)/n2)$$

#OBS

#ERRO PADRÃO PARA 2 PROPORÇÕES

$$sqrt(p.est1*(1-p.est1)/n1 + p.est2*(1-p.est2)/n2)$$



BIBLIOGRAFIA

¹Lista de exercícios seleção feita pela profa. Verónica González-López, com a contribuição do prof. Mario Gneri, Márcio Lanfredi Viola e Diego Bernardini - IMECC Unicamp .

