Seção 6 – Exercício 8

8) Os trabalhadores de certa fábrica sofrem em média dois acidentes por mês. Calcule as probabilidades dos seguintes eventos:

a) ocorrem **5** acidentes ou menos num período de **um mês** e no período de **2 meses**;

a) **2 ≤ número de acidentes < 5** no mês de **abril.**

Seção 6 – Exercícios 11 e 12

11) Um banco de sangue necessita sangue do tipo O-Rh negativo. Suponha que a probabilidade de uma pessoa ter este tipo de sangue seja **0.10**. Doadores permanentes chegam ao hemocentro para fazer sua doação rotineira. Calcule as probabilidades de que o primeiro doador com sangue do tipo O-Rh negativo seja:

a) o primeiro a chegar;

b) o segundo;

c) o quarto;

d) o sétimo.

12) No contexto do exercício anterior, calcule:

a) probabilidade de que o primeiro doador com sangue no grupo 0-Rh negativo apareça a partir do quarto doador;

b) probabilidade de que o primeiro doador com sangue no grupo 0-Rh negativo apareça no máximo em 5 tentativas.

Seção 7 – Exercício 1

Seja X a v.a. contínua cuja densidade de probabilidade é

$$f(x) = 2x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

a)Calcule a distribuição acumulada $F(x)$ o valor esperado $E(X)$, a variância $Var(X)$ e o desvío padrão $\sigma(X)$.
b)Calcule $P(0 < X < 1/2), P(1/3 < X \leq 1)$.
c)Grafique $F(x)$ e determine o valor de x_0 tal que $F(x_0) = 0.95$. Calcule $P(x_0 < X \leq 1)$. Interprete.

Solução

(a) A função de distribuição acumulada, em $[0,1]$, é dada por:

$$\int_0^x 2t dt = x^2$$

Daí concluímos que

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0 \\ x^2 & \text{se} \quad 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

(a) (cont.) A esperança é dada por

$$\mathbb{E}(X) = \int_0^1 x2xdx = 2\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{2}{3}$$

Para calcular a variância, lembre-se da fórmula $\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}^2(X)$, então

$$\mathbb{E}(X^2) = \int_0^1 x^2 2xdx = 2\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$\mathrm{Var}(X) = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{18}$$

Finalmente, observe que $\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$ e logo $\sigma(X) = \sqrt{2}/6$.

(b) Conhecemos $F(x)$, a função de distribuição acumulada. Então temos simplesmente que

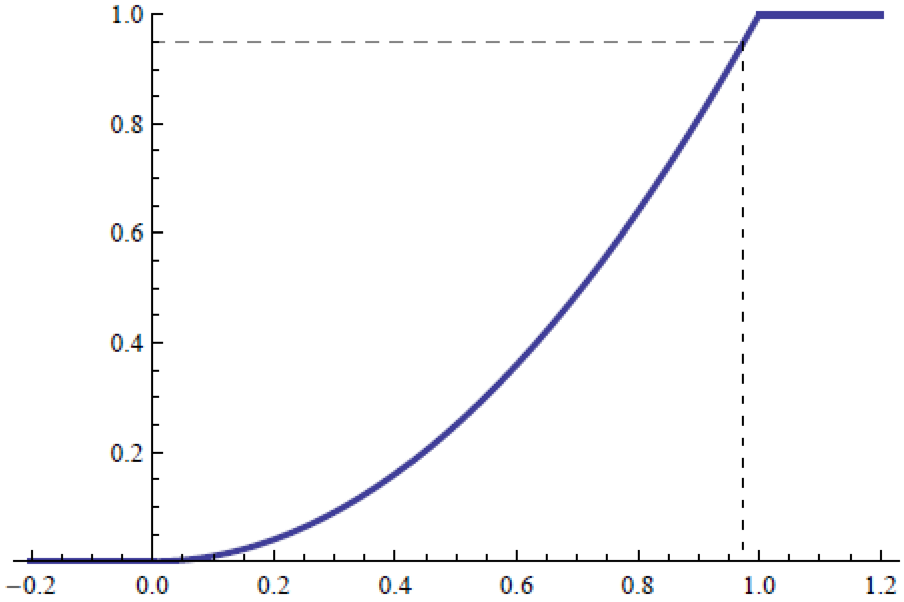
$$P(0 < X < 1/2) = P(X < 1/2) - P(X < 0) = F(0.5) - F(0) =$$

$$= 0.5^2 - 0 = 0.25$$

$$P(1/3 < X \leq 1) = P(X < 1) - P(X < 1/3) = F(1) - F(1/3) =$$

$$= 1^2 - \frac{1}{3^2} = \frac{8}{9}$$

(c) O ponto x_0 que satisfaz $F(x_0) = (x_0)^2 = 0.95$ é $x_0 = 0.9746$.
O gráfico de $F(x)$ com o par $(x_0, F(x_0))$ destacado é dado por:



Seção 7 – Exercício 2

Seja X a v.a. contínua cuja densidade de probabilidade é

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{se} \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \quad\;\; \text{caso contrario} \end{cases}.$$

a)Determinar o valor k.

b)Calcular $E(X), Var(X)$.

c)Determine a f.d.a. de X.

Solução...

A função densidade de probabilidade (fdp) deve satisfazer as seguintes condições:

a) $f(x) \geq 0,\ x \in \Re_x$

b) $\int_{\Re_x} f(x)dx = 1$

Referências

[1]Lista de exercícios seleção feita pela profa. Verónica González-López, com a contribuição do prof. Mario Gneri, Márcio Lanfredi Viola e Diego Bernardini - IMECC Unicamp .