MS580 – Introdução a Teoria *Fuzzy*
Marcos Eduardo Valle

Lista –3: Caracterização e Representação de Conjuntos *Fuzzy*.

Exercício 1. Considere um universo de discurso finito $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_5\}$ e o conjunto *fuzzy*

$$A = \left\{ \underbrace{0.5}_{u_1}, \underbrace{0.4}_{u_2}, \underbrace{0.7}_{u_3}, \underbrace{0.6}_{u_4}, \underbrace{1.0}_{u_5} \right\}.$$

Liste todos os α-níveis de A.

Exercício 2. Considere a negação usual $\eta(x) = 1 - x$. Prove ou dê um contra-exemplo para a afirmação:

$$[A^c]^\alpha = ([A]^\alpha)^c, \quad \forall A \in \mathcal{F}(U) \text{ e } \alpha \in [0,1].$$

Exercício 3. Sejam A e B conjuntos *fuzzy* de U. Considere o mínimo e o máximo para efetuar a intersecção $A \cap B$ e a união $A \cup B$. Mostre que

$$[A \cap B]^\alpha = [A]^\alpha \cap [B]^\alpha \quad \text{e} \quad [A \cup B]^\alpha = [A]^\alpha \cup [B]^\alpha, \quad \forall \alpha \in (0,1].$$

As equações acima valem se a união e a intersecção forem calculadas usando t-normas e t-conormas arbitrárias?

Exercício 4. Considere um universo de discurso arbitrário U e defina $A_i \in \mathcal{F}(U)$ através da equação

$$A_i(u) = 1 - \frac{1}{i}, \quad \forall u \in U \text{ e } i \in \mathbb{N}.$$

Mostre que

$$\bigcup_{i \in \mathbb{N}} [A_i]^1 \neq \left[\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \right]^1.$$

em que a união de conjuntos *fuzzy* é calculada usando o supremo, ou seja,

$$\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i(u) = \sup_{i \in \mathbb{N}} A_i(u), \quad \forall u \in U.$$

Exercício 5. Considere uma família $\mathcal{A} = \{A_i : i \in I\} \subseteq \mathcal{F}(U)$ de conjuntos *fuzzy* de U, em que I denota um conjunto arbitrário de índices. Mostre que

$$\bigcup_{i \in I} [A_i]^\alpha \subseteq \left[\bigcup_{i \in I} A_i \right]^\alpha \quad \text{e} \quad \bigcap_{i \in I} [A_i]^\alpha = \left[\bigcap_{i \in I} A_i \right]^\alpha, \quad \forall \alpha \in (0,1],$$

em que a união e intersecção de conjuntos *fuzzy* são determinadas usando respectivamente o supremo e o ínfimo como segue para todo $u \in U$:

$$\bigcup_{i \in I} A_i(u) = \sup_{i \in I} A_i(u) \quad \text{e} \quad \bigcap_{i \in I} A_i(u) = \inf_{i \in I} A_i(u).$$

Exercício 6. Seja $A \in \mathcal{F}(U)$ um conjunto *fuzzy* definido em um universo de discurso arbitrário. Prove ou dê um contra-exemplo:

(a) Se A é normal, então $Cerne(A) \neq \emptyset$.

(b) Se $Cerne(A) \neq \emptyset$, então A é normal.

(c) Se $Cerne(A) = \emptyset$, então A é subnormal.

(d) Se A é subnormal, então $Cerne(A) = \emptyset$.