MS580 – Introdução a Teoria *Fuzzy*
Marcos Eduardo Valle

Lista 13 – Regra Composicional de Inferência Inf-$\rightarrow$.

Exercício 1. Considere a base de regras *fuzzy*:

$$\begin{cases} \textbf{SE } x \textbf{ é } A_1, \ \textbf{ENTÃO } y \textbf{ é } A_2, \\ \textbf{SE } x \textbf{ é } A_2, \ \textbf{ENTÃO } y \textbf{ é } A_3, \\ \textbf{SE } x \textbf{ é } A_3, \ \textbf{ENTÃO } y \textbf{ é } A_1. \end{cases} \tag{1}$$

em que A_1, A_2 e A_3 são os seguintes números *fuzzy* triangulares

$$A_1(x; -20, -10, 0), \quad A_2(x; -10, 0, 10) \quad \text{e} \quad A_3(x; 0, 10, 20). \tag{2}$$

Considerando

(i) O conjunto unitário $A = \{2\}$.

(ii) O intervalo fechado $A = [0, 4]$.

(iii) O conjunto *fuzzy* triangular $A(x; 0, 2, 4)$.

determine o conjunto *fuzzy* deduzido pela base de regras acima usando:

(a) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1], \vee, \wedge, \triangle_M, \rightarrow_M)$, baseado na t-norma do mínimo e a implicação de Gödel.

(b) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1], \vee, \wedge, \triangle_P, \rightarrow_P)$, baseado na t-norma do produto e a implicação de Goguen.

(c) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1], \vee, \wedge, \triangle_L, \rightarrow_L)$, baseado na t-norma e implicação de Lukasiewicz.

Para cada um dos itens anteriores, aplique o método de defuzzificação "centro de área" para determinar um número $\tilde{y}$ que representa o conjunto *fuzzy* obtido pelo método de inferência.

Exercício 2. Esboce, num mesmo gráfico, as funções definidas pela base de regras em (4), com os conjuntos *fuzzy* em (2), o centro de área como método de defuzzificação, e os métodos de inferência dos itens (a)-(c) da questão anterior. Compare as funções obtidas nesse exercício com as funções do Exercício 4 da Lista 11.

Exercício 3. Com base nos conjuntos *fuzzy* definidos em (2), defina a seguinte base de regras *fuzzy*:

$$\begin{cases} \textbf{SE } x \textbf{ é } A_1 \textbf{ E } y \textbf{ é } A_2, \ \textbf{ENTÃO } z \textbf{ é } A_3, \\ \textbf{SE } x \textbf{ é } A_2 \textbf{ E } y \textbf{ é } A_3, \ \textbf{ENTÃO } z \textbf{ é } A_1, \\ \textbf{SE } x \textbf{ é } A_3 \textbf{ E } y \textbf{ é } A_1, \ \textbf{ENTÃO } z \textbf{ é } A_2. \end{cases} \tag{3}$$

Considerando

(i) $x = 2$ e $y = 3$,

(ii) Os intervalos $[0, 4]$ e $[0, 5]$ para as variáveis x e y, respectivamente.

(iii) Os conjuntos *fuzzy* triangulares $X(x;0,2,4)$ e $Y(y;0,3,5)$ para as variáveis x e y, respectivamente.

determine o conjunto *fuzzy* deduzido pela base de regras acima usando:

(a) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1],\vee,\wedge,\triangle_M,\rightarrow_M)$, baseado na t-norma do mínimo e a implicação de Gödel.

(b) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1],\vee,\wedge,\triangle_P,\rightarrow_P)$, baseado na t-norma do produto e a implicação de Goguen.

(c) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1],\vee,\wedge,\triangle_L,\rightarrow_L)$, baseado na t-norma e implicação de Lukasiewicz.

Para cada um dos itens anteriores, aplique o método de defuzzificação "centro de área" para determinar um número $\tilde{z}$ que representa o conjunto *fuzzy* obtido em cada um dos itens anteriores.

Exercício 4. Esboce e compare as superfícies das funções definidas pela base de regras em (3), com os conjuntos *fuzzy* em (2), o centro de área como método de defuzzificação, e os métodos de inferência dos itens (a)-(c) da questão anterior. Compare também as superfícies nesse exercício com as superfícies obtidas no Exercício 7 da Lista 12.

Exercício 5. Considere a base de regras *fuzzy*

$$\begin{cases} \textbf{SE } x \textbf{ é } A_1, \ \textbf{ENTÃO } y \textbf{ é } B_1, \\ \textbf{SE } x \textbf{ é } A_2, \ \textbf{ENTÃO } y \textbf{ é } B_2, \\ \textbf{SE } x \textbf{ é } A_3, \ \textbf{ENTÃO } y \textbf{ é } B_1, \end{cases} \tag{4}$$

em que A_1, A_2, A_3 são os conjuntos *fuzzy* triangulares

$$A_1(x;-1,0,7), \quad A_2(2,5,8) \quad \text{e} \quad A_3(3,10,11), \tag{5}$$

e $B_1, B_2 \in \mathcal{F}(\{0,1,2,3\})$ são os conjuntos *fuzzy* dados por

$$B_1 = \{\underbrace{0.1}_{0}, \underbrace{0.8}_{1}, \underbrace{1.0}_{2}, \underbrace{0.1}_{3}\} \quad \text{e} \quad B_2 = \{\underbrace{1.0}_{0}, \underbrace{0.5}_{1}, \underbrace{0.5}_{1}, \underbrace{0.0}_{3}\}. \tag{6}$$

Suponha que observou-se o conjunto *fuzzy* triangular $A(x;5,6,7)$. Use o método de defuzzificação do centro de área para determinar um número real $\tilde{y}$ que representa o conjunto *fuzzy* deduzido por:

(a) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1],\vee,\wedge,\triangle_M,\rightarrow_M)$, baseado na t-norma do mínimo e a implicação de Gödel.

(b) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1],\vee,\wedge,\triangle_P,\rightarrow_P)$, baseado na t-norma do produto e a implicação de Goguen.

(c) A regra composicional de inferência Inf-$\rightarrow$ no reticulado residuado $([0,1],\vee,\wedge,\triangle_L,\rightarrow_L)$, baseado na t-norma e implicação de Lukasiewicz.