



Lista 12 – Método de Inferência Conjuntivo e Continuidade de um Método de Inferência

Exercício 1. Considere a base de regras *fuzzy*:

$$\begin{cases} \text{SE } x \text{ é } A_1, \text{ ENTÃO } y \text{ é } A_2, \\ \text{SE } x \text{ é } A_2, \text{ ENTÃO } y \text{ é } A_3, \\ \text{SE } x \text{ é } A_3, \text{ ENTÃO } y \text{ é } A_1. \end{cases} \quad (1)$$

em que A_1, A_2 e A_3 são os seguintes números *fuzzy* triangulares

$$A_1(x; -20, -10, 0), \quad A_2(x; -10, 0, 10) \quad \text{e} \quad A_3(x; 0, 10, 20). \quad (2)$$

Considerando

- (i) O conjunto unitário $A = \{2\}$.
- (ii) O intervalo fechado $A = [0, 4]$.
- (iii) O conjunto *fuzzy* triangular $A(x; 0, 2, 4)$.

determine o conjunto *fuzzy* deduzido pela base de regras acima usando:

- (a) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_M, \rightarrow_M)$, baseado na t-norma do mínimo e a implicação de Gödel.
- (b) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_P, \rightarrow_P)$, baseado na t-norma do produto e a implicação de Goguen.
- (c) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_L, \rightarrow_L)$, baseado na t-norma e implicação de Lukasiewicz.

Para cada um dos itens anteriores, aplique o método de defuzzificação “centro de área” para determinar um número \tilde{y} que representa o conjunto *fuzzy* obtido em cada um dos itens anteriores.

Exercício 2. Considere a base de regras em (4), construída usando os conjuntos *fuzzy* apresentados em (2). Determine se os seguintes métodos de inferência acima são contínuos considerando a medida de similaridade natural do reticulado residuado.

- (a) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_M, \rightarrow_M)$, baseado na t-norma do mínimo e a implicação de Gödel.
- (b) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_P, \rightarrow_P)$, baseado na t-norma do produto e a implicação de Goguen.
- (c) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_L, \rightarrow_L)$, baseado na t-norma e implicação de Lukasiewicz.

Exercício 3. Esboce, num mesmo gráfico, as funções definidas pela base de regras em (4), com os conjuntos *fuzzy* em (2), o centro de área como método de defuzzificação, e os métodos de inferência dos itens (a)-(c) da questão anterior. Compare as funções obtidas nesse exercício com as funções do Exercício 4 da Lista 11.

Exercício 4. Com base nos conjuntos *fuzzy* definidos em (2), defina a seguinte base de regras *fuzzy*:

$$\begin{cases} \text{SE } x \text{ é } A_1 \text{ E } y \text{ é } A_2, \text{ ENTÃO } z \text{ é } A_3, \\ \text{SE } x \text{ é } A_2 \text{ E } y \text{ é } A_3, \text{ ENTÃO } z \text{ é } A_1, \\ \text{SE } x \text{ é } A_3 \text{ E } y \text{ é } A_1, \text{ ENTÃO } z \text{ é } A_2. \end{cases} \quad (3)$$

Considerando

- (i) $x = 2$ e $y = 3$,
- (ii) Os intervalos $[0, 4]$ e $[0, 5]$ para as variáveis x e y , respectivamente.
- (iii) Os conjuntos *fuzzy* triangulares $X(x; 0, 2, 4)$ e $Y(y; 0, 3, 5)$ para as variáveis x e y , respectivamente.

determine o conjunto *fuzzy* deduzido pela base de regras acima usando

- (a) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_M, \rightarrow_M)$, baseado na t-norma do mínimo e a implicação de Gödel.
- (b) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_P, \rightarrow_P)$, baseado na t-norma do produto e a implicação de Goguen.
- (c) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_L, \rightarrow_L)$, baseado na t-norma e implicação de Lukasiewicz.

Para cada um dos itens anteriores, aplique o método de defuzzificação “centro de área” para determinar um número \tilde{z} que representa o conjunto *fuzzy* obtido em cada um dos itens anteriores.

Exercício 5. Considere a base de regras em (3), construída usando os conjuntos *fuzzy* apresentados em (2). Determine se os seguintes métodos de inferência acima são contínuos considerando a medida de similaridade natural do reticulado residuado.

- (a) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_M, \rightarrow_M)$, baseado na t-norma do mínimo e a implicação de Gödel.
- (b) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_P, \rightarrow_P)$, baseado na t-norma do produto e a implicação de Goguen.
- (c) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_L, \rightarrow_L)$, baseado na t-norma e implicação de Lukasiewicz.

Exercício 6. Esboce e compare as superfícies das funções definidas pela base de regras em (3), com os conjuntos *fuzzy* em (2), o centro de área como método de defuzzificação, e os métodos de inferência dos itens (a)-(c) da questão anterior. Compare também as superfícies nesse exercício com as superfícies obtidas no Exercício 7 da Lista 12.

Exercício 7. Considere a base de regras *fuzzy*

$$\begin{cases} \text{SE } x \text{ é } A_1, \text{ ENTÃO } y \text{ é } B_1, \\ \text{SE } x \text{ é } A_2, \text{ ENTÃO } y \text{ é } B_2, \\ \text{SE } x \text{ é } A_3, \text{ ENTÃO } y \text{ é } B_1, \end{cases} \quad (4)$$

em que A_1, A_2, A_3 são os conjuntos *fuzzy* triangulares

$$A_1(x; -1, 0, 7), \quad A_2(2, 5, 8) \quad \text{e} \quad A_3(3, 10, 11), \quad (5)$$

e $B_1, B_2 \in \mathcal{F}(\{0, 1, 2, 3\})$ são os conjuntos *fuzzy* dados por

$$B_1 = \{\underbrace{0.1}_0, \underbrace{0.8}_1, \underbrace{1.0}_2, \underbrace{0.1}_3\} \quad \text{e} \quad B_2 = \{\underbrace{1.0}_0, \underbrace{0.5}_1, \underbrace{0.5}_1, \underbrace{0.0}_3\}. \quad (6)$$

Suponha que observou-se o conjunto *fuzzy* triangular $A(x; 5, 6, 7)$. Use o método de defuzzificação do centro de área para determinar um número real \tilde{y} que representa o conjunto *fuzzy* deduzido por:

- (a) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_M, \rightarrow_M)$, baseado na t-norma do mínimo e a implicação de Gödel.
- (b) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_P, \rightarrow_P)$, baseado na t-norma do produto e a implicação de Goguen.
- (c) O método de inferência conjuntivo no reticulado residuado $([0, 1], \vee, \wedge, \Delta_L, \rightarrow_L)$, baseado na t-norma e implicação de Lukasiewicz.