



Lista 10 – Composição Relação-Conjunto *Fuzzy*

Exercício 1. Considere o conjunto $T = \{\text{pequeno, médio, grande}\}$ para o tamanho de um carro e o conjunto $V = \{\text{barato, caro}\}$ para o seu valor. Suponha que a relação entre o tamanho do carro e seu preço é dado pela relação $\mathcal{R} \in \mathcal{F}(T \times V)$ dada pela tabela:

	barato	caro
pequeno	1.0	0.6
médio	0.7	0.7
grande	0.3	1.0

(a) Sabendo que um carro A tem pertinências

$$\varphi_A(\text{pequeno}) = 0.3, \quad \varphi_A(\text{médio}) = 0.8 \quad \text{e} \quad \varphi_A(\text{grande}) = 0.0,$$

determine as pertinências desse carro no conjunto dos preços usando a composição $\max\text{-}\Delta$, em que

- (i) Δ denota o mínimo.
- (ii) Δ denota o produto.
- (iii) Δ denota a t-norma de Lukasiewicz.

(b) Sabendo que um carro barato custa em torno de R\$ 30.000,00 e um carro caro custa em torno de R\$ 70.000,00, estime o valor do carro A fornecido pelos itens (ai)-(aiii) e compare os valores obtidos.

(c) Sabendo que um carro B tem pertinências

$$\varphi_B(\text{barato}) = 0.4 \quad \text{e} \quad \varphi_B(\text{caro}) = 0.7,$$

determine as pertinências desse carro no conjunto dos preços usando a composição $\sup\text{-}\Delta$, em que

- (i) Δ denota o mínimo.
- (ii) Δ denota o produto.
- (iii) Δ denota a t-norma de Lukasiewicz.

(d) Sabendo que carros pequeno, médio e grande medem aproximadamente 3.8m, 4.2m e 5.0m, respectivamente, estime o tamanho do carro B fornecido pelos itens (bi)-(biii) e compare os valores obtidos.

Exercício 2. Considere a relação *fuzzy* \mathcal{R} e os conjuntos *fuzzy* A e X dados por

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.00 \\ 0.2 & 0.5 \\ 1.0 & 0.8 \end{bmatrix} \quad A = [0.1 \quad 0.4 \quad 0.9] \quad \text{e} \quad X = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.4 \end{bmatrix}.$$

Determine as composições $A \circ \mathcal{R}$, $A \bullet \mathcal{R}$, $A \triangleright \mathcal{R}$, $\mathcal{R} \circ X$, $\mathcal{R} \bullet X$ e $\mathcal{R} \triangleright X$ usando:

(a) O mínimo, o máximo e a implicação de Gödel.

- (b) O produto, a soma probabilística e a implicação de Goguen.
- (c) A t-norma, t-conorma e implicação de Lukasiewicz.

Exercício 3. Considere a relação *fuzzy* \mathcal{R} e o conjunto *fuzzy* B dados por

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.5 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.4 \end{bmatrix}.$$

Encontre, se possível, um conjunto *fuzzy* X tal que $\mathcal{R} \circ X = B$, em que \circ denota a composição sup- Δ com:

- (a) O mínimo.
- (b) O produto.
- (c) A t-norma de Lukasiewicz.

Exercício 4. Considere uma t-norma Δ e uma implicação *fuzzy* \rightarrow que formam uma adjunção (Δ, \rightarrow) . Dado um conjunto *fuzzy* $B \in \mathcal{F}(V)$ e uma relação *fuzzy* $\mathcal{R} \in \mathcal{F}(U \times V)$, mostre que

$$A = \sup\{X \in \mathcal{F}(U) : A \circ \mathcal{R} \leq B\},$$

é dado por

$$A = \mathcal{R} \triangleright B.$$

Exercício 5. Considere uma adjunção (Δ, \rightarrow) , em que Δ é uma t-norma e \rightarrow é uma implicação *fuzzy*. Mostre que:

- (a) $a \rightarrow (a \Delta b) \geq b$, para todo $a, b \in [0, 1]$.
- (b) $a \Delta (a \rightarrow b) \leq b$, para todo $a, b \in [0, 1]$.
- (c) $(a \rightarrow b) \rightarrow b \geq a$, para todo $a, b \in [0, 1]$.

Exercício 6. Considere uma adjunção (Δ, \rightarrow) , em que Δ é uma t-norma e \rightarrow é uma implicação *fuzzy*. Dada uma relação *fuzzy* $\mathcal{R} \in \mathcal{F}(U \times U)$ e um conjunto *fuzzy* $X \in \mathcal{F}(U)$, mostre que:

- (a) $\mathcal{R}^{-1} \triangleright (\mathcal{R} \circ X) \geq X$.
- (b) $\mathcal{R} \circ (\mathcal{R}^{-1} \triangleright X) \leq X$.

Dica: Use os resultados do Exercício 5, a monotonicidade de Δ e \rightarrow e propriedades do supremo e do ínfimo.