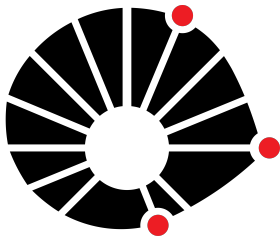


MS211 - Cálculo Numérico

Aula 1 – Introdução ao Cálculo Numérico.
Representação de Números em Ponto Flutuante.



UNICAMP

Marcos Eduardo Valle
Matemática Aplicada
IMECC - Unicamp



Introdução

Atualmente, os computadores fazem parte do nosso cotidiano.

Introdução

Atualmente, os computadores fazem parte do nosso cotidiano.

Apesar dos computadores serem usados para uma grande variedade de tarefas, inicialmente eles foram concebidos para a resolução de problemas que surgem na ciência e na engenharia.

Introdução

Atualmente, os computadores fazem parte do nosso cotidiano.

Apesar dos computadores serem usados para uma grande variedade de tarefas, inicialmente eles foram concebidos para a resolução de problemas que surgem na ciência e na engenharia.

De fato, praticamente não existe uma área da ciência ou da engenharia que não usa computadores para encontrar uma solução de problemas matemáticos!

Introdução

Atualmente, os computadores fazem parte do nosso cotidiano.

Apesar dos computadores serem usados para uma grande variedade de tarefas, inicialmente eles foram concebidos para a resolução de problemas que surgem na ciência e na engenharia.

De fato, praticamente não existe uma área da ciência ou da engenharia que não usa computadores para encontrar uma solução de problemas matemáticos!

As técnicas usadas para encontrar tais soluções fazem parte da chamada **computação científica**.

Formalmente, **computação científica** refere-se a coleção de algoritmos, técnicas e teorias usadas para resolver num computador problemas da ciência e da engenharia.

Muitos dos algoritmos, técnicas e teorias da computação científica foram propostos bem antes dos primeiros computadores.

Contudo, com o avanço dos computadores eletrônicos, muitos métodos que foram desenvolvidos para o cálculo em papel e caneta precisaram ser revistos ou abandonados.

Muitas considerações irrelevantes para o cálculo manual tornaram-se indispensáveis em um grande sistema computacional.

O estudo dos algoritmos para resolver num computador modelos matemáticos (contínuos) define o que chamamos **análise numérica**.

O curso de cálculo numérico pode ser visto como uma introdução à **computação científica** e à **análise numérica**.

Nesse curso, veremos como a matemática e um pouco da ciência da computação são usadas para resolver problemas da ciência e da engenharia.

Iniciaremos nossos estudos considerando a forma como os números reais são representados no computador.

Representação em Ponto Flutuante

Definição 1 (Sistema de Ponto Flutuante)

Um número real $x \neq 0$ é um ponto flutuante (normalizado) se pode ser escrito como

$$x = \pm 0.d_1 d_2 d_3 \dots d_t \times \beta^e,$$

em que

- β é a base;
- t é o número de dígitos na mantissa, com $d_1 \neq 0$ e $0 \leq d_j \leq \beta - 1$, para todo $j = 1, \dots, t$.
- e é o expoente, com $-m \leq e \leq M$.

Denotamos por $F(\beta, t, m, M)$ o conjunto de todos os pontos flutuantes para β , t , m e M fixos e adicionando algumas exceções como o zero, `Inf` e `NaN`.

Exemplo 2

Considere o sistema $F(10, 3, 2, 2)$. Represente nesse sistema, se possível, os números:

$$x_1 = 0.35, \quad x_2 = -5.17, \quad x_3 = 0.0123, \quad (1)$$

$$x_4 = 5390, \quad x_5 = 0.0003. \quad (2)$$

Exemplo 2

Considere o sistema $F(10, 3, 2, 2)$. Represente nesse sistema, se possível, os números:

$$x_1 = 0.35, \quad x_2 = -5.17, \quad x_3 = 0.0123, \quad (1)$$

$$x_4 = 5390, \quad x_5 = 0.0003. \quad (2)$$

Resposta:

$$x_1 = 0.350 \times 10^0, \quad x_2 = -0.517 \times 10^1, \quad x_3 = 0.123 \times 10^{-1}.$$

O número $5390 = 0.539 \times 10^4$ não pode ser representado porque seu expoente é maior que 2. Tem-se *overflow*.

O número $0.0003 = 0.300 \times 10^{-3}$ não pode ser representado porque seu expoente é menor que -2. Tem-se um *underflow*.

A maioria dos computadores trabalha com a base $\beta = 2$. Esse não é um problema, pois qualquer base terá suas limitações.

A maioria dos computadores trabalha com a base $\beta = 2$. Esse não é um problema, pois qualquer base terá suas limitações.

Veja, por exemplo no livro texto “M. Ruggiero e V. Lopes. Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais, 2ª edição, Editora Pearson, 1997”, como é feita a mudança de base!

A maioria dos computadores trabalha com a base $\beta = 2$. Esse não é um problema, pois qualquer base terá suas limitações.

Veja, por exemplo no livro texto “M. Ruggiero e V. Lopes. Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais, 2ª edição, Editora Pearson, 1997”, como é feita a mudança de base!

Muitos *softwares* científicos usam o padrão IEEE **precisão dupla** com 64 bits: 1 para o sinal, 11 para o expoente, 53 para a mantissa, resultando no sistema $F(2, 53, 1.022, 1.023)$.

A maioria dos computadores trabalha com a base $\beta = 2$. Esse não é um problema, pois qualquer base terá suas limitações.

Veja, por exemplo no livro texto “M. Ruggiero e V. Lopes. Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais, 2ª edição, Editora Pearson, 1997”, como é feita a mudança de base!

Muitos *softwares* científicos usam o padrão IEEE **precisão dupla** com 64 bits: 1 para o sinal, 11 para o expoente, 53 para a mantissa, resultando no sistema $F(2, 53, 1.022, 1.023)$.

O padrão IEEE precisão dupla é capaz de representar números positivos entre 1.79×10^{308} e 2.23×10^{-308} , aproximadamente.

A maioria dos computadores trabalha com a base $\beta = 2$. Esse não é um problema, pois qualquer base terá suas limitações.

Veja, por exemplo no livro texto “M. Ruggiero e V. Lopes. Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais, 2ª edição, Editora Pearson, 1997”, como é feita a mudança de base!

Muitos *softwares* científicos usam o padrão IEEE **precisão dupla** com 64 bits: 1 para o sinal, 11 para o expoente, 53 para a mantissa, resultando no sistema $F(2, 53, 1.022, 1.023)$.

O padrão IEEE precisão dupla é capaz de representar números positivos entre 1.79×10^{308} e 2.23×10^{-308} , aproximadamente.

O padrão IEEE possui uma representação especial para o zero, Inf (obtido após a divisão por zero), e NaN (Not a Number, e.g. $0/0$).

Considerações Finais

Na aula de hoje, primeiramente, comentamos que nesse curso veremos como a matemática e o computador são usadas para resolver problemas da ciência e da engenharia.

Iniciamos nossos estudos apresentando a representação de números de pontos flutuantes – a forma como os números são geralmente representados no computador.

Na próxima aula, continuaremos nossos estudos sobre a representação de números em ponto flutuante. Também discutiremos as operações aritméticas em ponto flutuante.

Muito grato pela atenção!