Cálculo III

Aula 13 – Transformada de Laplace de uma Função Periódica

Marcos Eduardo Valle
Depart. Matemática Aplicada
IMECC – Unicamp

Definição 1 (Função Periódica)

Uma função f, definida para $t \geq 0$, é dita periódica se existe $P > 0$ tal que

$$f(t+P) = f(t), \quad \forall t \geq 0.$$

O menor valor P para o qual a identidade acima é válida é chamado **período de** f.

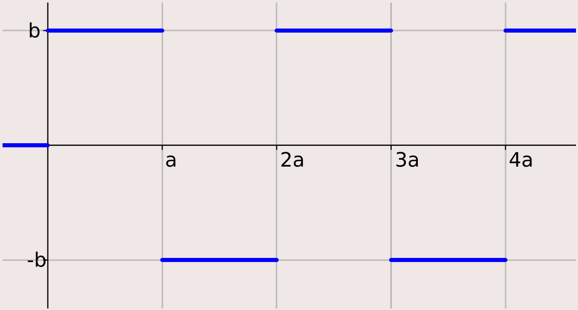
Teorema 2 (Transformada de uma Função Periódica)

Se f é uma função contínua por partes para todo $t \geq 0$ e periódica, com período $P > 0$, então sua transformada de Laplace existe e satisfaz

$$\mathscr{L}\{f(t)\} = \frac{1}{1-e^{-Ps}} \int_0^P e^{-st} f(t) dt.$$

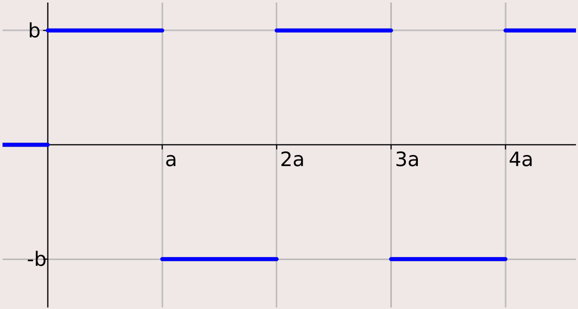
Exemplo 3

Determine a transformada de Laplace da função *f* cujo gráfico é



Exemplo 3

Determine a transformada de Laplace da função f cujo gráfico é



Resposta: A transformada de Laplace é

$$\mathscr{L}\{f(t)\} = \frac{b(1 - e^{-as})}{s(1 + e^{-as})}.$$

Considerações Finais

Na aula de hoje mostramos que a transformada de uma função periódica, com período $P > 0$, satisfaz:

$$\mathscr{L}\{f(t)\} = \frac{1}{1 - e^{Ps}} \int_0^P e^{-st} f(t) dt.$$

Muito grato pela atenção!