MA111 - Cálculo I

Aula 5 - Cálculo de Limites usando suas Propriedades

Marcos Eduardo Valle

Cálculo de limites usando suas propriedades

Seja c uma constante e suponha que existam os limites

$$\lim_{x\to a} f(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x\to a} g(x).$$

Então, valem as equações:

I. $\lim_{x\to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x)$.

II. $\lim_{x\to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) - \lim_{x\to a} g(x)$.

III. $\lim_{x\to a} [cf(x)] = c \lim_{x\to a} f(x)$.

IV. $\lim_{x\to a} [f(x)g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \lim_{x\to a} g(x)$.

V. $\lim_{x\to a} \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$, se $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$.

VI. $\lim_{x\to a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$.

VII. $\lim_{x\to a} c = c \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to a} x = a$.

Calcule os limites, se existirem:

a) $\lim_{x \to 5} (2x^2 - 3x + 4)$.

b) $\lim_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x}$.

c) $\lim_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$

d) $\lim_{x \to 1} g(x), \quad g(x) = \begin{cases} x + 1, & x \neq 1, \\ \pi, & x = 1. \end{cases}$

e) $\lim_{h \to 0} \dfrac{(3 + h)^2 - 9}{h}$.

f) $\lim_{t \to 0} \dfrac{\sqrt{t^2 + 9} - 3}{t^2}$

g) $\lim_{x \to 0} \dfrac{|x|}{x}$

h) $\lim_{x \to 4} f(x), \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt{x - 4}, & x > 4, \\ 8 - 2x, & x < 4. \end{cases}$

Calcule os limites, se existirem:

a) $\lim_{x\to 5}(2x^2-3x+4) = 39.$

b) $\lim_{x\to -2}\dfrac{x^3+2x^2-1}{5-3x} = -\dfrac{1}{11}.$

c) $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1} = 2$

d) $\lim_{x\to 1} g(x) = 2, \quad g(x) = \begin{cases} x+1, & x\neq 1, \\ \pi, & x=1. \end{cases}$

e) $\lim_{h\to 0}\dfrac{(3+h)^2-9}{h} = 6.$

f) $\lim_{t\to 0}\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{1}{6}$

g) $\lim_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x}$ não existe!

h) $\lim_{x\to 4} f(x) = 0, \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4}, & x>4, \\ 8-2x, & x<4. \end{cases}$

Limite e Desigualdades

Teorema 1

Se $f(x) \leq g(x)$*, para* x *próximo mas diferente de* a*, e* $\lim_{x\to a} f(x)$ *e* $\lim_{x\to a} g(x)$ *existem, então*

$$\lim_{x\to a} f(x) \leq \lim_{x\to a} g(x).$$

Teorema 2 (Teorema do Confronto:)

Sejam $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$*, para* x *próximo mas diferente de* a*.*

$$\lim_{x\to a} f(x) = L = \lim_{x\to a} h(x) \quad \Longrightarrow \quad \lim_{x\to a} g(x) = L.$$

Exemplo 3

Mostre que

$$\lim_{x \to 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0.$$

Considerações Finais

O limite de uma função é usado para estudar o comportamento da função próximo de um ponto que, muitas vezes, não pertence ao domínio da função.

Na aula de hoje vimos que podemos como calcular limites usando suas propriedades. Nesse caso, devemos sempre nos atentar e empregar as regras corretas!

Vimos também que a noção de limite preserva desigualdades e apresentamos o teorema do confronto.

Muito grato pela atenção!