



Projeto 1 – Representante de Turma

Motivados pelo método como o Google ordena as páginas no seu sistema de busca, nesse projeto determinaremos o “representante de turma” resolvendo um sistema linear.

Condições e Datas

O projeto deve ser realizado **individualmente** ou em **dupla** utilizando GNU Octave ou MATLAB. Não será aceito trabalho feito em outra linguagem de programação.

O projeto deve ser entregue até o dia **12/04/2018**. O arquivo impresso ou digital, que não deve ter mais que 10 páginas, deve descrever de forma clara os procedimentos adotados e as conclusões. Em particular, responda as perguntas abaixo de forma objetiva e com fundamentos matemáticos. Recomenda-se que os códigos sejam anexados, mas não serão aceitos trabalhos contendo apenas os códigos! Não esqueça de incluir nome e RA!

Instruções

Os alunos matriculados na turma A de MS211, primeiro semestre de 2018, foram convidados à preencher um formulário indicando quais alunos da turma eles conhecem. Os dados foram processados e organizados numa matriz de adjacência $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, em que $n = 88$ é o número de alunos que preencheram o formulário. Especificamente, os elementos da matriz \mathbf{A} satisfazem:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{o aluno } i \text{ conhece o aluno } j, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A matriz de adjacência, bem como o registro acadêmico de todos os alunos que preencheram o formulário, estão disponíveis no arquivo DadosProjeto1.mat, que pode ser carregado no GNU Octave ou MATLAB através do comando

```
» load DadosProjeto1.mat
```

Uma vez carregado os dados do projeto, pode-se acessar o RA do i -ésimo aluno através do comando:

```
» RA{i}
```

O objetivo do projeto é “eleger” um representante de turma baseado na informação contida na matriz de adjacência. Especificamente, será eleito representante da turma um aluno que tem a maior representatividade. Será eleito vice-representante, um aluno com a segundo maior representatividade.

A representatividade de um aluno está relacionada, de certo modo, à probabilidade dele ser indicado por um colega. Para determinar a representatividade, primeiro definimos a probabilidade do aluno j indicar o aluno i através da equação

$$p_{ij} = \begin{cases} a_{ji}/(\text{no. conhecidos de } j), & \text{se } j \text{ conhece pelo menos um aluno da turma,} \\ 1/n, & \text{se } j \text{ não conhece nenhum aluno da turma.} \end{cases}$$

Note que todos os alunos possuem a mesma probabilidade se j não conhece ninguém. Além disso, tem-se $\sum_{i=1}^n p_{ij} = 1$ para qualquer $j = 1, \dots, n$.

Definimos a representatividade do aluno i , denotada por x_i , como sendo proporcional a soma da representatividade ponderada pela probabilidade mais um fator de amortecimento $(1 - \alpha)v_i$, que $0 < \alpha \leq 1$ e v_i é tal que $\sum_{i=1}^n v_i = 1$. Em palavras, o termo de amortecimento estabelece uma segunda probabilidade de selecionar o i -ésimo aluno como representante de turma. Por exemplo, o termo v_i pode ser igual

para todos os alunos ou proporcional à nota ou ao coeficiente de rendimento do i -ésimo aluno. Em termos matemáticos, tem-se

$$x_i = \alpha \left(\sum_{j=1}^n p_{ij} x_j \right) + (1 - \alpha) v_i, \quad \forall i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Questões

1. Admitindo $\alpha = 0.85$ e $v_i = 1/n$ para todo $i = 1, \dots, n$, resolva o sistema linear (1) e discuta a qualidade da solução fornecida pelo método numérico. Indique o RA dos alunos eleitos como representante e vice-representate de turma. O representante e seu vice são tiveram o maior número de amigos ou receberam o maior número de indicações no formulário? Justifique sua resposta.
2. É possível escolher α e os termos v_i 's de modo que você(s), autor(es) do projeto, sejam eleitos representantes e vice-representate de turma? Lembre-se $0 < \alpha \leq 1$ e v_i é tal que $\sum_{i=1}^n v_i = 1$. Justifique sua resposta.