



Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Σ	

ALUNO	RA
-------	----

MS211 – Turma D – 2o. Sem. 2017 – 2a. Prova – 28/11/2017

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA
 RESPOSTAS PURAMENTE NUMÉRICA NÃO SERÃO CONSIDERADAS
 SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E
 DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

INFORMAÇÕES ÚTEIS

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k).$$

$$y_{k+1} = y_k + h(k_1 + k_2)/2, \text{ com } k_1 = f(x_k, y_k) \text{ e } k_2 = f(x_k + h, y_k + hk_1).$$

$$y_{k+1} = y_k + h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)/6, \text{ com } k_1 = f(x_k, y_k), k_2 = f(x_k + h/2, y_k + hk_1/2),$$

$$k_3 = f(x_k + h/2, y_k + hk_2/2) \text{ e } k_4 = f(x_k + h, y_k + hk_3).$$

$$v'(x_k) \approx \frac{v(x_k + h) - v(x_k)}{h}, \quad v'(x_k) \approx \frac{v(x_k) - v(x_k - h)}{h} \quad \text{e} \quad v'(x_k) \approx \frac{v(x_k + h) - v(x_k - h)}{2h}.$$

$$v''(x_k) \approx \frac{v(x_k + h) - 2v(x_k) + v(x_k - h)}{h^2}.$$

$$f(x) = \sum_{k=0}^n y_k L_k(x) + \prod_{k=0}^n (x - x_k) \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}, \quad \text{com } L_k(x) = \prod_{i \neq k} \frac{(x - x_i)}{(x_k - x_i)}.$$

$$I(f) = \frac{h}{2} (f(x_0) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)) - nf''(\xi) \frac{h^3}{12}.$$

$$I(f) = \frac{h}{3} (f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)) - nf^{(iv)}(\xi) \frac{h^5}{180}.$$

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^m \alpha_k g_k(x), \quad \text{com } \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{b}, \quad a_{ij} = \sum_{k=1}^m g_i(x_k) g_j(x_k) \quad \text{e} \quad b_i = \sum_{k=1}^m y_k g_i(x_k).$$

Questão 1. Considere os dados tabelados

x	0	0.5	1	1.5	2.0	2.5
$f(x)$	2	2.28	2.65	3.10	3.71	4.5

Ajuste os dados acima a uma função do tipo $\varphi(x) = 1 + Ae^{Bx}$, usando o método dos quadrados mínimos.

Questão 2. Considere a tabela

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1.00	1.12	1.46	1.77	1.60	1.00

- (a) Usando a tabela, estime o valor da integral $\int_0^1 f(x)dx$.
- (b) Use a regra dos trapézios repetida e interpolação polinomial linear por partes para determinar uma aproximação para ξ tal que $\int_0^\xi f(x)dx = 1$.

Questão 3. Considere o problema de valor inicial:

$$y' = 1 + \frac{y}{x}, \quad 1 < x < 2, \quad y(1) = 2.$$

Encontre $y(1.5)$ usando o método de Euler Aperfeiçoado (Runge-Kutta de 2^a ordem), também conhecido por método de Heun, com $h = 0.5$. Interprete graficamente sua aproximação.

Questão 4. Considere o problema de valor de contorno

$$\begin{cases} x^2 y'' - xy' - 2y = 1, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 1 \quad \text{e} \quad y(1) = 0. \end{cases}$$

Monte o sistema linear obtido pelo método das diferenças finitas com aproximações de segunda ordem e $h = 0.25$. Explícite a matriz, o termo do lado direito e as variáveis do sistema. **Não é necessário resolver o sistema linear.**

FOLHA ADICIONAL