

---

## Projeto 1 – Representante de Turma

### Condições e Datas

O projeto deve ser realizado **individualmente** ou em **dupla** utilizando GNU Octave ou MATLAB. Ele deve ser entregue até o dia **05/09/2017**. O arquivo impresso, que não deve ter mais que 10 páginas, deve descrever de forma clara os procedimentos adotados e as conclusões. Em particular, responda as perguntas abaixo de forma objetiva e com fundamentos matemáticos. Recomenda-se que os códigos sejam anexados, mas não serão aceitos trabalhos contendo apenas os códigos! Não esqueça de incluir nome e RA!

---

### Instruções

Os alunos matriculados na turma D de MS211, segundo semestre de 2017, foram convidados à preencher um formulário indicando quais alunos da turma eles conhecem. Os dados foram processados e organizados numa matriz de adjacência  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , em que  $n = 77$  é o número de alunos que preencheram o formulário. Especificamente, os elementos da matriz  $\mathbf{A}$  satisfazem:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{o aluno } i \text{ conhece o aluno } j, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A matriz de adjacência, bem como o registro acadêmico de todos os alunos que preencheram o formulário, estão disponíveis no arquivo `DadosProjeto1.mat`, que pode ser carregado no GNU Octave ou MATLAB através do comando

```
» load DadosProjeto1.mat
```

Uma vez carregado os dados do projeto, pode-se acessar o RA do  $i$ -ésimo aluno através do comando:

```
» RA{i}
```

O objetivo do projeto é “eleger” um representante de turma baseado na informação contida na matriz de adjacência. Especificamente, será eleito representante da turma o aluno que tem a maior representatividade. Será eleito vice-representante, o aluno com segundo maior representatividade.

A representatividade de um aluno está relacionada, de certo modo, à probabilidade dele ser indicado por um colega. Para determinar a representatividade, primeiro definimos a probabilidade do aluno  $j$  indicar o aluno  $i$  através da equação

$$p_{ij} = \begin{cases} a_{ji}/(\text{no. conhecidos de } j), & \text{se } j \text{ conhece pelo menos um aluno da turma,} \\ 1/n, & \text{se } j \text{ não conhece nenhum aluno da turma.} \end{cases}$$

Note que todos os alunos possuem a mesma probabilidade se  $j$  não conhece ninguém. Além disso, tem-se  $\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$  para qualquer  $j = 1, \dots, n$ .

Definimos a representatividade do aluno  $i$ , denotada por  $x_i$ , como sendo proporcional a soma da representatividade ponderada pela probabilidade mais um fator de amortecimento  $(1 - \alpha)v_i$ , que  $0 < \alpha \leq 1$  e  $v_i$  é tal que  $\sum_{i=1}^n v_i = 1$ . Em palavras, o termo de amortecimento estabelece uma segunda probabilidade de selecionar o  $i$ -ésimo aluno como representante de turma. Por exemplo, o termo  $v_i$  pode ser igual para todos os alunos ou proporcional à nota ou ao coeficiente de rendimento do  $i$ -ésimo aluno. Em termos matemáticos, tem-se

$$x_i = \alpha \left( \sum_{j=1}^n p_{ij} x_j \right) + (1 - \alpha)v_i, \quad \forall i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

## Questões

1. Admitindo  $\alpha = 0.85$  e  $v_i = 1/n$  para todo  $i = 1, \dots, n$ , resolva o sistema linear (1) e discuta a qualidade da solução fornecida pelo método numérico. Indique o RA dos alunos eleitos como representante e vice-representate de turma. O representante e seu vice são tiveram o maior número de amigos ou receberam o maior número de indicações no formulário? Justifique sua resposta.
2. É possível escolher  $\alpha$  e os termos  $v_i$ 's de modo que você(s), autor(es) do projeto, sejam eleitos representantes e vice-representate de turma? Lembre-se  $0 < \alpha \leq 1$  e  $v_i$  é tal que  $\sum_{i=1}^n v_i = 1$ . Justifique sua resposta.