



Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Σ	

ALUNO	RA
-------	----

MS211 – Turma D – 2o. Sem. 2015 – 2a. Prova – 24/11/2015

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA
 RESPOSTAS PURAMENTE NUMÉRICA NÃO SERÃO CONSIDERADAS
 SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E
 DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

INFORMAÇÕES ÚTEIS

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k).$$

$$y_{k+1} = y_k + h(k_1 + k_2)/2, \text{ com } k_1 = f(x_k, y_k) \text{ e } k_2 = f(x_k + h, y_k + hk_1).$$

$$y_{k+1} = y_k + h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)/6, \text{ com } k_1 = f(x_k, y_k), k_2 = f(x_k + h/2, y_k + hk_1/2),$$

$$k_3 = f(x_k + h/2, y_k + hk_2/2) \text{ e } k_4 = f(x_k + h, y_k + hk_3).$$

$$v'(x_k) \approx \frac{v(x_k + h) - v(x_k)}{h}, \quad v'(x_k) \approx \frac{v(x_k) - v(x_k - h)}{h} \quad \text{e} \quad v'(x_k) \approx \frac{v(x_k + h) - v(x_k - h)}{2h}.$$

$$v''(x_k) \approx \frac{v(x_k + h) - 2v(x_k) + v(x_k - h)}{h^2}.$$

$$f(x) = \sum_{k=0}^n y_k L_k(x) + \prod_{k=0}^n (x - x_k) \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}, \quad \text{com } L_k(x) = \prod_{i \neq k} \frac{(x - x_i)}{(x_k - x_i)}.$$

$$I(f) = \frac{h}{2} (f(x_0) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)) - nf''(\xi) \frac{h^3}{12}.$$

$$I(f) = \frac{h}{3} (f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)) - nf^{(iv)}(\xi) \frac{h^5}{180}.$$

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^m \alpha_k g_k(x), \quad \text{com } \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{b}, \quad a_{ij} = \sum_{k=1}^m g_i(x_k) g_j(x_k) \quad \text{e} \quad b_i = \sum_{k=1}^m y_k g_i(x_k).$$

Questão 1. Aplique um método de Runge-Kutta de 2ª ordem no problema de valor inicial (PVI) abaixo para encontrar uma aproximação para $y(1.0)$, usando $h = 0.5$ (2,5 pontos)

$$\begin{cases} y'(x) = x - 7y, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Questão 2. Mostre como encontrar a solução aproximada para o problema de valor de contorno (PVC) de 2ª ordem abaixo, usando $h = 0.25$ e aproximações de segunda ordem.

$$\begin{cases} y''(x) + 3y'(x) - 2xy(x) = 2x, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 2, y(1) = 1. \end{cases}$$

Não é necessário resolver o sistema. (2,5 pontos)

Questão 3. Considere a função tabelada abaixo

x	-2.00	-1.10	0.20	1.20	1.80
$f(x)$	2.83	1.76	0.15	1.91	2.63

(a) Ajuste estes dados à curva $y = \ln(a + bx^2)$ pelo método dos quadrados mínimos. ... (1,5 pontos)

(b) Estime o valor de f em $x = -0.5$ (1,0 pontos)

Questão 4. Considere a função cosseno tabelada abaixo

x	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	1/2	0

(a) Compute uma aproximação para $\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$ usando apenas os pontos tabelados. Interprete graficamente sua aproximação. (1,5 pontos)

(b) Determine uma aproximação para a raiz ξ da equação $\cos(\xi) = 1/3$ usando a tabela acima e interpolação linear. (1,0 pontos)